

भौतिकी / PHYSICS

प्रश्न-पत्र I / Paper I

निर्धारित समय : तीन घंटे

Time Allowed : **Three Hours**

अधिकतम अंक : 250

Maximum Marks : 250

प्रश्न-पत्र सम्बन्धी विशेष अनुदेश

कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व निम्नलिखित प्रत्येक अनुदेश को ध्यानपूर्वक पढ़ें :

इसमें आठ प्रश्न हैं जो दो खण्डों में विभाजित हैं तथा हिन्दी और अंग्रेज़ी दोनों में छपे हुए हैं ।

परीक्षार्थी को कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर देने हैं ।

प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं तथा बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम एक प्रश्न चुनकर किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के अंक उसके सामने दिए गए हैं ।

प्रश्नों के उत्तर उसी प्राधिकृत माध्यम में लिखे जाने चाहिए जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू.सी.ए.) पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए । प्राधिकृत माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे ।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन करें तथा उनको निर्दिष्ट करें ।

जब तक उल्लिखित न हो, संकेत तथा शब्दावली प्रचलित मानक अर्थों में प्रयुक्त हैं ।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी । यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो । प्रश्न-सह-उत्तर पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए ।

Question Paper Specific Instructions

Please read each of the following instructions carefully before attempting questions :

There are **EIGHT** questions divided in **TWO SECTIONS** and printed both in **HINDI** and in **ENGLISH**.

Candidate has to attempt **FIVE** questions in all.

Questions no. **1** and **5** are compulsory and out of the remaining, any **THREE** are to be attempted choosing at least **ONE** question from each section.

The number of marks carried by a question / part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

Unless and otherwise indicated, symbols and notations carry their usual standard meanings.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer Booklet must be clearly struck off.

खण्ड A
SECTION A

Q1. निम्नलिखित प्रत्येक का लगभग 150 शब्दों में उत्तर/व्याख्या दीजिए :

Answer/Explain the following in about 150 words each :

10×5=50

- (a) (i) केन्द्रीय बल क्या है ? केन्द्रीय बल के दो उदाहरण दीजिए ।
What is a central force ? Give two examples of the central force.
- (ii) दिखाइए कि केन्द्रीय बल क्षेत्र में एक कण का कोणीय संवेग ($\vec{L}$) गति का स्थिरांक है ।
Show that the angular momentum ($\vec{L}$) of the particle in a central force field is a constant of motion. 10
- (b) (i) रेनॉल्ड्स संख्या तरल गति के अध्ययन में कैसे मदद करती है ?
How does Reynolds number help in the study of fluid motion ?
- (ii) एकसमान अनुप्रस्थ परिच्छेद वाली क्षैतिज नली में, 1 km की दूरी के दो बिन्दुओं के बीच के अंतर पर दाब 5 Nm^{-2} गिर जाता है । इन बिन्दुओं पर बहने वाले प्रति 1 किग्रा तेल की गतिज ऊर्जा में परिवर्तन की गणना कीजिए । तेल का घनत्व $= 800 \text{ kg m}^{-3}$.
In a horizontal pipeline of uniform area of cross-section, the pressure falls by 5 Nm^{-2} between two points separated by a distance of 1 km. Calculate the change in kinetic energy per kg of oil flowing at these points. Density of oil $= 800 \text{ kg m}^{-3}$. 10
- (c) हम प्रयोगशाला में क्रांतिक अवमंदित प्रक्षेप (बैलिस्टिक) गैल्वैनोमीटर के साथ काम करने को क्यों वरीयता देते हैं ? बाहरी क्रांतिक अवमंदित प्रतिरोध क्या है ?
Why do we prefer to work with a critically damped ballistic galvanometer in a laboratory ? What is external critical damping resistance ? 10
- (d) अक्षीय वर्णिक विपथन क्या है ?
एक उत्तल लेंस में लाल रंग के लिए $15.5 \times 10^{-2} \text{ m}$ और बैंगनी रंग के लिए $14.45 \times 10^{-2} \text{ m}$ की फोकस दूरी होती है । यदि किसी वस्तु को लेंस से 40 cm की दूरी पर रखा जाता है, तो लेंस के अनुदैर्घ्य वर्णिक विपथन की गणना कीजिए ।
What is axial chromatic aberration ?
A convex lens has a focal length of $15.5 \times 10^{-2} \text{ m}$ for red colour and $14.45 \times 10^{-2} \text{ m}$ for violet colour. If an object is kept at a distance of 40 cm from the lens, calculate the longitudinal chromatic aberration of the lens. 10

- (e) (i) समान मोटाई के फ्रिंज और समान झुकाव के फ्रिंज क्या हैं ?
What are the fringes of equal thickness and fringes of equal inclination ?

- (ii) न्यूटन की वलय (रिंग) व्यवस्था में दो तरंगदैर्घ्य $\lambda_1 = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$ और $\lambda_2 = 5.9 \times 10^{-7} \text{ m}$ उत्सर्जित करने वाले स्रोत के साथ, यह पाया जाता है कि एक तरंगदैर्घ्य के कारण m^{th} अदीप्त वलय दूसरे तरंगदैर्घ्य के कारण $(m + 1)^{\text{th}}$ अदीप्त वलय से मेल खाती है। यदि लेंस की वक्रता त्रिज्या 90 cm है, तो m^{th} अदीप्त वलय का व्यास ज्ञात कीजिए।

In a Newton's ring arrangement with a source emitting two wavelengths $\lambda_1 = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$ and $\lambda_2 = 5.9 \times 10^{-7} \text{ m}$, it is found that the m^{th} dark ring due to one wavelength coincides with the $(m + 1)^{\text{th}}$ dark ring due to the other. Find the diameter of the m^{th} dark ring, if the radius of curvature of the lens is 90 cm. 10

- Q2. (a) (i) दृढ़ द्विपरमाणुक अणु का विभिन्न सममिति अक्षों पर द्रव्यमान/संहति-केन्द्र के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

Find the moments of inertia of rigid diatomic molecule about different axes of symmetry through the centre of mass.

- (ii) एक प्रोटॉन एक इलेक्ट्रॉन से 1837 गुना भारी है। हाइड्रोजन परमाणु का द्रव्यमान/संहति-केन्द्र ज्ञात कीजिए।

A proton is 1837 times heavier than an electron. Find the centre of mass of hydrogen atom. 15

- (b) एक बल-आघूर्ण की कार्रवाई के तहत एक निश्चित बिन्दु के गिर्द एक दृढ़ वस्तु की गति के यूलर के गतिकीय समीकरणों को लिखिए (व्युत्पत्ति नहीं)। दिखाइए कि बिना बल-आघूर्ण गति में गतिज ऊर्जा स्थिर रहती है।

Write down Euler's dynamical equations of motion (no derivation) of a rigid body about a fixed point under the action of a torque. Show that the kinetic energy of the torque-free motion is constant. 10

- (c) दिखाइए कि एक त्रिज्या R के एक असीम बड़े गोलक के द्वारा एक बिन्दु कण के प्रत्यास्थ प्रकीर्णन के लिए अनुप्रस्थ परिच्छेद $\frac{R^2}{4}$ होगा। इस परिणाम का निष्कर्ष क्या है ?

Show that the cross-section for elastic scattering of a point particle from an infinitely massive sphere of radius R is $\frac{R^2}{4}$. What is the inference of this result ? 10

- (d) (i) एक संदर्भ फ्रेम S' एकसमान वेग ' v ' से स्थिर फ्रेम S के सापेक्ष x -दिशा के समांतर चलता है। लॉरेंट्स रूपांतर से दिखाइए कि दो भिन्न स्थितियों ($x_1 \neq x_2$) की घटनाएँ S फ्रेम में समकालिक ($t_1 = t_2$) होने से भी सामान्य रूप से S' फ्रेम में समकालिक नहीं होती हैं।

A reference frame S' moves with respect to rest frame S with a uniform velocity ' v ' parallel to x -direction. Show from Lorentz transformation that two events simultaneous ($t_1 = t_2$) at different positions ($x_1 \neq x_2$) in S frame are not in general simultaneous in S' frame.

- (ii) π मेसॉन का औसत जीवन 2×10^{-8} s है। $0.8c$ वेग के साथ गति करने वाले मेसॉन के औसत जीवन की गणना कीजिए, जहाँ c प्रकाश का वेग है।

The mean life of π meson is 2×10^{-8} s. Calculate the mean life of a meson moving with a velocity of $0.8c$, where c is the velocity of light.

15

- Q3. (a) सिद्ध कीजिए कि जब प्रकाश एक समतल दर्पण के माध्यम से एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु पर जाता है, तो प्रकाश द्वारा तय किया जाने वाला मार्ग वह होता है जिसके लिए उड़ान का समय सबसे कम होता है।

Prove that when light goes from one point to another via a plane mirror, the path followed by light is the one for which the time of flight is the least.

20

- (b) (i) बाएँ हाथ के गोलाकार ध्रुवीकृत प्रकाश को दाहिने हाथ के गोलाकार ध्रुवीकृत प्रकाश में कैसे बदल सकते हैं (और दूसरी ओर)?

How can one convert a left-handed circularly polarised light into a right-handed one (and vice versa)?

- (ii) एक-चौथाई तरंग प्लेट की मोटाई की गणना कीजिए जब प्रकाश की तरंगदैर्घ्य 589 nm है।

दिया गया है : $\mu_o = 1.544$ और $\mu_E = 1.553$.

Calculate the thickness of a quarter-wave plate when the wavelength of light is 589 nm .

Given : $\mu_o = 1.544$ and $\mu_E = 1.553$.

10

- (c) चर्चा कीजिए कि रूबी लेसर में जनसंख्या व्युत्क्रम कैसे प्राप्त किया जाता है। 'लेसर स्पाइकिंग' क्या है? यह क्यों होती है?

Discuss how population inversion is achieved in Ruby laser.

What is 'laser spiking'? Why does it occur?

20

- Q4.** (a) रेडियोएक्टिव स्रोत R द्वारा उत्सर्जित दो बीटा कण A और B, स्रोत के सापेक्ष विपरीत दिशाओं में $0.9c$ के वेग के साथ चलते हैं। B का वेग A के सापेक्ष ज्ञात कीजिए (यहाँ c प्रकाश का वेग है)।

Two β -particles A and B emitted by a radioactive source R travel in opposite directions, each with a velocity of $0.9c$ with respect to the source. Find the velocity of B with respect to A (Here c is the velocity of light).

15

- (b) किस तरह होलोग्राफी पारंपरिक फोटोग्राफी से अलग है ? होलोग्राम की मुख्य विशेषताओं पर चर्चा कीजिए। होलोग्राम बनाने और पढ़ने के लिए क्या आवश्यकताएँ हैं ?

In what way is holography different from conventional photography ? Discuss the salient features of a hologram. What are the requirements for the formation and reading of a hologram ?

20

- (c) जाइरोस्कोप के अनुप्रयोग कहाँ मिलते हैं ?

एक 0.200 kg द्रव्यमान का एक शीर्ष (टॉप) एक पतली डिस्क से बना है जिसकी त्रिज्या 0.12 m है। यह केन्द्र में छेदा जाता है और नगण्य द्रव्यमान की एक पिन उसके तल पर लंबवत् लगाई जाती है। डिस्क के नीचे धुरी 0.03 m लंबी है। शीर्ष (टॉप) को ऐसे घुमाया जाता है जिससे की उसका अक्ष ऊर्ध्वाधर से $\theta = 20^\circ$ का कोण बनाता है और पुरस्सरण (प्रेसेशनल) कोणीय चाल 2 rad/s है। कोणीय चाल की गणना कीजिए जिसके साथ वह घूमता है।

Where do you find the applications of gyroscope ?

A top of mass 0.200 kg is made up of a thin disc of radius 0.12 m . It is pierced in the centre and a pin of negligible mass is mounted normal to its plane. The pivot under the disc is 0.03 m long. The top is made to spin with its axis making an angle $\theta = 20^\circ$ with the vertical and a precessional angular speed of 2 rad/s . Calculate the angular speed with which it spins.

15

खण्ड B
SECTION B

Q5. निम्नलिखित प्रत्येक का लगभग 150 शब्दों में उत्तर/व्याख्या दीजिए :

Answer/Explain the following in about 150 words each :

10×5=50

- (a) दिए गए स्थिर-वैद्युत विभव व्यंजक

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}_0)}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} dV_0$$

से प्वासों समीकरण $\nabla^2\phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ प्राप्त कीजिए ।

[संकेत चिह्नों के अपने सामान्य अर्थ हैं]

Starting from the expression for the electrostatic potential

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}_0)}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} dV_0$$

obtain Poisson's equation $\nabla^2\phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$.

[Symbols have their usual meanings]

10

- (b) त्रिज्या a और b वाले दो संकेन्द्रित गोलाकार धातु के कोशों (शैल्स) की धारिता ज्ञात कीजिए ।

Find the capacitance of two concentric spherical metal shells having radii a and b.

10

- (c) पराबैंगनी कैटास्ट्रॉफी की संक्षेप में चर्चा कीजिए । प्लांक ने इस समस्या को कैसे सुलझाया ?
Discuss in brief the ultraviolet catastrophe. How did Planck solve this problem ?

10

- (d) एक छिद्रयुक्त (सरंध्री) प्लग से गुजरने वाली वान्डर वाल्स गैस के तापमान में परिवर्तन के लिए क्या स्थितियाँ हैं ? सिद्ध कीजिए कि छिद्रयुक्त प्लग से गुजरने वाली आदर्श गैस के तापमान में कोई परिवर्तन नहीं होता है ।

What are the conditions for the change in temperature of a van der Waals gas passing through a porous plug ? Prove that the ideal gas passing through the porous plug does not show any change in temperature.

10

- (e) एक गैस में केवल दो कण a और b हैं। आरेख की सहायता से, यह दिखाइए कि इन दो कणों को तीन क्वांटम शृंखलाओं 1, 2, 3 में किस प्रकार से (i) मैक्सवेल-बोल्ट्समान, (ii) फर्मी-डिराक, और (iii) बोस-आइन्स्टाइन सांख्यिकी में व्यवस्थित कर सकते हैं।

A gas has only two particles, a and b. With the help of a diagram, show that how these two particles can be arranged in the three quantum series 1, 2, 3 using (i) Maxwell-Boltzmann, (ii) Fermi-Dirac, and (iii) Bose-Einstein statistics.

10

- Q6. (a) दो संवाहक तल, एक-दूसरे को समकोण पर प्रतिच्छेद करते हुए, विभव ϕ_0 पर रखे जाते हैं। किसी क्षेत्र (स्पेस) के एक बिन्दु पर विभव की गणना कीजिए यदि कुल आवेश α क्षेत्र (स्पेस) के तल पर Q है।

Two conducting planes, intersecting at right-angles to each other, are kept at a potential ϕ_0 . Calculate the potential at a point in space if the total charge on a plane of area α be Q.

15

- (b) तीन सेल समानांतर रूप से समान ध्रुवों के साथ नगण्य प्रतिरोधों वाले तारों के साथ जुड़े हुए हैं। सेलों के वि.वा. बल (ई.एम.एफ.) क्रमशः 2, 1 और 4 वोल्ट हैं और संबंधित आंतरिक प्रतिरोध 4, 3 और 2 ओम हैं। 4 वोल्ट सेल के माध्यम से प्रवाहित धारा की गणना कीजिए।

Three cells are connected in parallel with similar poles connected together with wires having negligible resistance. The emfs of the cells are 2, 1 and 4 volts respectively and the corresponding internal resistances are 4, 3 and 2 ohms. Calculate the current flowing through the 4 V cell.

15

- (c) एक धारा ले जाने वाले तार की सतह पर E और H के मान ज्ञात कीजिए। प्वाइंटिंग सदिश (वेक्टर) की गणना (कंप्यूटिंग) करके, यह दिखाइए कि यह तार में ऊर्जा के प्रवाह का प्रतिनिधित्व करता है।

Find the values of E and H on the surface of a wire carrying a current. By computing the Poynting vector, show that it represents a flow of energy into the wire.

20

- Q7. (a) गिब्स का प्रावस्था नियम क्या है? स्वतंत्रता की कोटि के मान ज्ञात कीजिए जब What is Gibbs' phase rule? Find the values of degrees of freedom when

- केवल तरल CO_2 , गैसीय CO_2 के साथ संतुलन में है।
only the liquid CO_2 is in equilibrium with the gaseous CO_2 .
- जल, वाष्प-तरल संतृप्ति क्षेत्र में है।
water is in the vapour-liquid saturation region.
- जल, एकल-प्रावस्था क्षेत्र में है।
water is in a single-phase region.
- जल, त्रिक (ट्रिपल) बिन्दु पर है।
water is at the triple point.

15

- (b) एक ठोस की आइंस्टाइन की ग्राम अणुक (मोलर) विशिष्ट ऊष्मा धारिता दी जाती है इसके द्वारा

$$C_V = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\theta_E/T}}{(e^{\theta_E/T} - 1)^2},$$

$$\text{जहाँ } \theta_E = \frac{\hbar\omega}{k_B}$$

इन मामलों में व्यंजक प्राप्त कीजिए :

- (i) जब $T \gg \theta_E$
- (ii) जब $T \ll \theta_E$

तापमान के साथ ठोस पदार्थों की विशिष्ट ऊष्मा धारिता की भिन्नता को समझाने के लिए आइंस्टाइन मॉडल की विसंगति क्या है ?

एक ठोस की ग्राम अणुक (मोलर) विशिष्ट ऊष्मा धारिता निश्चित आयतन पर 36.8 K तापमान पर 2.77 JK^{-1} है। ठोस के डेबाई तापमान का निर्धारण कीजिए।

Einstein's molar specific heat capacity of a solid is given by

$$C_V = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\theta_E/T}}{(e^{\theta_E/T} - 1)^2},$$

$$\text{where } \theta_E = \frac{\hbar\omega}{k_B}$$

Obtain the expressions for the cases :

- (i) when $T \gg \theta_E$
- (ii) when $T \ll \theta_E$

What is the discrepancy of Einstein model to explain the variation of specific heat capacities of solids with the temperature ?

The molar specific heat capacity of a solid at constant volume is 2.77 JK^{-1} at 36.8 K. Determine the Debye temperature of the solid. 20

- (c) कार्नो प्रमेय क्या है ? सिद्ध कीजिए कि कार्नो का उत्क्रमणीय इंजन सबसे कुशल है और कोई भी इंजन कार्नो इंजन से अधिक कुशल नहीं हो सकता है।

What is Carnot's theorem ? Prove that Carnot's reversible engine is the most efficient one and no other engine can be more efficient than Carnot's engine.

15

Q8. (a) यदि आदर्श गैस के लिए संवितरण फलन दिया गया है

$$Z = \frac{V}{h^3} (2\pi mkT)^{3/2}$$

गणना कीजिए (i) औसत गतिज ऊर्जा प्रति अणु और (ii) गैस की विशिष्ट ऊष्मा ।

If the partition function for a perfect gas is given by

$$Z = \frac{V}{h^3} (2\pi mkT)^{3/2}$$

calculate (i) average kinetic energy per molecule and (ii) specific heat of the gas. 15

- (b) एक परिबद्ध इलेक्ट्रॉन द्वारा विद्युत्-चुम्बकीय विकिरण के प्रकीर्णन के सिद्धांत की संक्षेप में व्याख्या कीजिए और रेले प्रकीर्णन की शर्तों को व्युत्पन्न कीजिए । आप आकाश के नीले रंग की व्याख्या कैसे कर सकते हैं ?

Briefly outline the theory of scattering of electromagnetic radiation by a bound electron and hence derive the conditions for Rayleigh scattering. How can you explain the blue of the sky ? 20

- (c) किसी पदार्थ के गलनांक और क्वथनांक पर दाब के प्रभाव की व्याख्या क्लैपेरोन के गुप्त ऊष्मा समीकरण (लेटेन्ट हीट इक्वेशन) द्वारा कीजिए ।

120°C पर पानी उबालने के लिए दाब की गणना कीजिए, यदि 1 ग्राम पानी को भाप में परिवर्तन करने पर उसके विशिष्ट आयतन में 1676 cm³ का परिवर्तन होता है । भाप की गुप्त ऊष्मा (लेटेन्ट हीट) = 540 cal/g, 1 वायुमंडलीय दाब = 10⁶ dynes/cm².

Explain the effect of pressure on the melting and boiling points of a substance using Clapeyron's latent heat equation.

Calculate under what pressure, water will boil at 120°C, if the change in specific volume when 1 gram of water is converted into steam is 1676 cm³. Latent heat of steam = 540 cal/g, 1 atmospheric pressure = 10⁶ dynes/cm². 15

