UP BOARD QUESTION PAPER - 2025

CLASS - 12

SUBJECT : MATHEMATICS

1. सभी खण्ड कीजिए।

प्रत्येक खण्ड का सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए।

(क) $f(x) = |x|$ द्वारा प्रदत्त मापांक फलन $f: R \rightarrow R^+$ है

(A) एकैकी और आच्छादक

(B) बहु-एकैकी और आच्छादक

(C) एकैकी, किन्तु आच्छादक नहीं

(D) न तो एकैकी और न ही आच्छादक

(ख) एक सम्बन्ध $R = \{(a, b) : a = b - 1, b \geq 3\}$ समुच्चय N पर परिभाषित है तो :

(A) $(2, 4) \in R$

(B) $(4, 5) \in R$

(C) $(4, 6) \in R$

(D) $(1, 3) \in R$

(ग) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\sqrt{tanx}}$ का मान होगा :

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{4}$

(D) $\frac{\pi}{8}$

(घ) अवकल समीकरण $9\frac{d^2y}{dx^2} = \left\{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{\frac{1}{3}}$ की घात है :

(A) 1

(B) 6

(C) 3

(D) 2

(ङ) व्यंजक $\hat{i}.\hat{i} - \hat{j}.\hat{j} + \hat{k} \times \hat{k}$ का मान है :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

2. सभी खण्ड कीजिए:

(क) $\cot^{-1}\left\{\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right\}; x > 1$ को सरलतम रूप में लिखिए ।

(ख) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = |x|, x = 0$ पर संतत है।

(ग) अवकल समीकरण $xy\frac{d^2y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\left(\frac{dy}{dx}\right) = 2$ की घात ज्ञात कीजिए ।

(घ) यदि $P(A) = 0.12, P(B) = 0.15$ और $P(B/A) = 0.18$ तो $P(A \cap B)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

(ङ) सदिशों $-2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ और $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

https://www.upboardonline.com

3. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि $f : R \to R$ तथा $g : R \to R$ फलन क्रमशः $f(x) = \cos x$ तथा $g(x) = 3x^2$ द्वारा परिभाषित है तो सिद्ध कीजिए $gof \neq fog$.

(ख) अवकल समीकरण $ydx + (x - y^2)dy = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

(ग) सिद्ध कीजिए कि (4, 4, 2), (3, 5, 2) तथा (-1, - 1, 2) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं ।

(घ) यदि $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$, तो x, y, z के मान ज्ञात कीजिए ।

4. सभी खण्ड कीजिए:

(क) दर्शाइए कि फलन $f(x) - 7x^2 - 3$ एक वर्धमान फलन है जबकि $x > 0$ है।

(ख) सदिश $(\vec{a} + \vec{b})$ और $(\vec{a} - \vec{b})$ में से प्रत्येक पर लंबवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}, \vec{b} - \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.

(ग) यदि एक रेखा का कार्तीय समीकरण $\frac{x-5}{3} - \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$ है, तो इसका सदिश रूप में समीकरण ज्ञात कीजिए।

(घ) एक थैले में 4 सफेद और 2 काली गेंद हैं तथा दूसरे थैले में 3 सफेद और 5 काली गेंद हैं। यदि प्रत्येक थैले से एक गेंद निकाली जाये तो दोनों गेंद काली होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

5. सभी खण्ड कीजिए :

(क) यदि R_1 तथा R_2 समुच्चय A में दो तुल्यता संबंध हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $R_1 \cap R_2$ भी एक तुल्यता

संबंध है।

https://www.upboardonline.com

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan\frac{\alpha}{2} \\ \tan\frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$ तो सिद्ध कीजिए कि

$(I + A) = (I - A)\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$

(ग) $\tan^{-1}\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए ।

(घ) रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ तथा $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

(ङ) यदि $y = e^{\tan^{-1}x}$ सिद्ध कीजिए कि $(1 + x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + (2x - 1)\frac{dy}{dx} = 0.$

6. सभी खण्ड कीजिए:

(क) यदि $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{यदि } x \leq -1 \\ 2x & -1 < x \leq 1 \\ 2 & x > 1 \end{cases}$ तब $x = -1$ तथा $x = 1$ पर फलन के संतत की जाँच कीजिए।

(ख) तीन सदिश $\vec{a}, \vec{b}$ और $\vec{c}$ प्रतिबंध $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ को संतुष्ट करते हैं। यदि $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4$ और $|\vec{C}| = 2$, तो $\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

(ग) हवा के एक बुलबुले की त्रिज्या $\frac{1}{2}$ cm/s की दर से बढ़ रही है। बुलबुले का आयतन किस दर से बढ़ रहा है जबकि त्रिज्या 1 cm है?

(घ) निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत $Z = 3x + 2y$ का आलेखीय विधि से न्यूनतमीकरण कीजिए जबकि:

$x + y \geq 8,$

$3x + 5y \leq 15,$

$x \geq 0, y \geq 0$

(ङ) किसी प्रश्न को तीन छात्रों A, B, C के द्वारा हल करने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{3}{10}, \frac{1}{5}$ तथा $\frac{1}{10}$ है, तो

https://www.upboardonline.com

प्रश्न के हल हो जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

7. कोई एक खण्ड कीजिए:

(क) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए ।

(ख) समीकरण निकाय

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए ।

8. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि दी गई तिर्यक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्ध-शीर्ष कोण $\tan^{-1}(\sqrt{2})$ होता है ।

(ख) अवकल समीकरण $(x - y)(dx + dy) = dx - dy$ का एक विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, जबकि $y = -1$ यदि $x = 0$

9. कोई एक खण्ड कीजिए :

(क) समाकलन कीजिए :

$\int \left(\frac{2+\sin 2x}{1+\cos 2x}\right) e^x \, dx$

(ख) हल कीजिए :

$\int \frac{(3x+5)dx}{x^3 - x^2 - x + 1}$

https://www.upboardonline.com