रोल नं.
Roll No.

128

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8
No. of printed pages : 8

428 (IMV)

2020
गणित
MATHEMATICS

समय : 3 घण्टे]
Time : 3 Hours]

[पूर्णांक : 100
[Max. Marks : 100

निर्देश : (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल 28 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) प्रश्न संख्या 1 बहुविकल्पीय प्रश्न है जो छः खण्डों में विभक्त है। प्रत्येक खण्ड एक अंक का है। प्रत्येक खण्ड के उत्तर में चार विकल्प दिये गये हैं। सही विकल्प अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिये।

(iii) प्रश्न संख्या 2 से 5 तक प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है। प्रश्न संख्या 6 से 13 तक प्रत्येक प्रश्न दो अंकों का है, प्रश्न संख्या 14 से 21 तक प्रत्येक प्रश्न चार अंकों का है तथा प्रश्न संख्या 22 से 28 तक प्रत्येक प्रश्न छः अंकों का है।

(iv) प्रश्नपत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है तथापि 2 अंकों वाले दो प्रश्नों में, 4 अंकों वाले तीन प्रश्नों में और 6 अंकों वाले चार प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों के केवल एक विकल्प का ही उत्तर दीजिए।

(v) कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।

Note : (i) There are in all 28 questions in this question paper. **All** questions are **compulsory**.

(ii) Question No. 1 is multiple choice question, divided into six parts. Each part carry one mark. Four options are given in each part of question. Write the correct option in your answer book.

(iii) Question No. 2 to 5 carry one mark each. Question No. 6 to 13 carry two marks each, Question No. 14 to 21 carry four marks each and Question No. 22 to 28 carry six marks each.

(iv) There is no overall choice in question paper, however, an internal choice has been provided in two questions of 2 marks, three questions of 4 marks and four questions of 6 marks. You have to attempt only one of the given choices in such questions.

(v) Use of calculator is not permitted.

https://www.ukboardonline.com

1\. (क) यदि $x \in [-1, 1]$, तो $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x$ का मान होगा - 1

If $x \in [-1, 1]$, then value of $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x$ will be -

(i) π (ii) $\pi/2$ (iii) 1 (iv) 2π

(ख) यदि $\begin{bmatrix} 2x & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ तो x का मान होगा - 1

If $\begin{bmatrix} 2x & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ then the value of x will be -

(i) 0 (ii) 1 (iii) 2 (iv) 3

(ग) एक उत्पाद की x इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय रूपयों में $R(x) = 3x^2+10x+5$ से प्रदत्त है। जब $x=15$ है तो सीमान्त आय है : 1

The total revenue in Rupees received from the sale of x units of a product is given by $R(x) = 3x^2+10x+5$. The marginal revenue, when $x=15$ is :

(i) 100 (ii) 105 (iii) 90 (iv) 126

(घ) e^{x^3} का अवकलन है : 1

Differentiation of e^{x^3} is -

(i) $3e^{x^2}$ (ii) e^{3x^2} (iii) e^{x^3} (iv) $3x^2 e^{x^3}$

(ङ) चार कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के व्यापक हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या है: 1

The number of arbitrary constants in the general solution of a differential equation of fourth order are :

(i) 0 (ii) 1 (iii) 3 (iv) 4

(च) यदि दो समतल $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ और $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ परस्पर लंब हैं, तो- 1

If two planes $A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ and $A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ are mutually perpendicular, then

(i) $A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$ (ii) $A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=1$

(iii) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ (iv) $A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=-1$

https://www.ukboardonline.com

2. फलन $f : R \rightarrow R$, जहाँ $f(x)=2x + 1,\ \forall x \in R$, के लिए $f^{-1}(1)$ ज्ञात कीजिए। 1

Find $f^{-1}(1)$ for the function $f:R \rightarrow R$, where $f(x)=2x+1,\ \forall x \in R$.

3. $\int_0^1 e^x\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

Evaluate $\int_0^1 e^x\,dx$.

4. यदि $\bar{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ और $\bar{b} = 3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ तो $\bar{a}.\bar{b}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

If $\bar{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ and $\bar{b} = 3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$, then calculate $\bar{a}.\bar{b}$

5. z–अक्ष की दिक्-कोज्याएं ज्ञात कीजिए। 1

Find the direction-cosines of z-axis.

6. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ के लिए सत्यापित कीजिए कि (A + A') एक सममित आव्यूह है। 2

For the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, verify that (A + A') is a symmetric matrix.

अथवा (OR)

यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ है तो AB का मान ज्ञात कीजिए।

If $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, then find the value of AB.

7. यदि $y = A \sin x + B \cos x$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ 2

If $y = A \sin x + B \cos x$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

8. x के सापेक्ष $(\sin x)^x$ का अवकलन कीजिए। 2

Differentiate $(\sin x)^x$ with w.r.t. 'x'.

[P.T.O.

https://www.ukboardonline.com

9. अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x)=4x^3-6x^2-72x+14$ से प्रदत्त फलन f निरंतर वर्धमान है। 2

Find the interval in which the function f given by $f(x)=4x^3-6x^2-72x+14$ is strictly increasing.

10. $\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1+x^2} dx$ ज्ञात कीजिए। 2

Find $\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1+x^2} dx$.

11. वक्रों के कुल $y=a \cos (x+b)$, जिसमें a, b स्वेच्छ अचर हैं, को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए। 2

Form the differential equation representing the family of curves $y=a \cos (x+b)$, where a, b are arbitrary constants.

12. सदिशों $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ और $3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

Find the angle between the vectors $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ and $3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$.

13. दिखाइए कि रेखाएं $\frac{x-5}{7}=\frac{y+2}{-5}=\frac{z}{1}$ और $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ परस्पर लम्ब हैं। 2

Show that the lines $\frac{x-5}{7}=\frac{y+2}{-5}=\frac{z}{1}$ and $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ are perpendicular to each other.

अथवा (OR)

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो x, y और z-अक्षों पर क्रमशः 2, 3 और 4 अंतःखण्ड काटता है।

Find the equation of the plane with intercepts 2, 3 and 4 on the x, y and z-axis respectively.

14. सिद्ध कीजिए कि फलन $f : R \rightarrow R$, जो $f(x) = \sin x, \forall x \in R$ से परिभाषित है, न एकैकी है और न आच्छादक है। 4

Prove that the function $f : R \rightarrow R$ defined by $f(x) = \sin x$ is neither one-one nor onto.

अथवा (OR)

https://www.ukboardonline.com

धनात्मक परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q_+ में $a*b=\frac{ab}{2}$ द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया $*$ के लिए तत्समक अवयव एवं $a \in Q_+$ का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

For the binary operation $*$ defined by $a*b=\frac{ab}{2}$ in the set Q_+ of positive rational numbers, find the identity element and the inverse of $a \in Q_+$.

15. सिद्ध कीजिए कि : $\tan^{-1}\left(\frac{a-b}{1+ab}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{b-c}{1+bc}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{c-a}{1+ca}\right)=0$ 4

Prove that : $\tan^{-1}\left(\frac{a-b}{1+ab}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{b-c}{1+bc}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{c-a}{1+ca}\right)=0$

16. सारणिक का प्रयोग करके बिन्दुओं (1, 3) एवं (2, 5) को मिलाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। 4

With the application of determinant, find the equation of line joining the points (1, 3) and (2, 5).

अथवा (OR)

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग कर सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c).$$

By using properties of determinants, show that :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c).$$

17. यदि $x = a(\cos t + \log \tan \frac{t}{2})$, $y = a \sin t$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 4

If $x = a(\cos t + \log \tan \frac{t}{2})$, $y = a \sin t$, then find $\frac{dy}{dx}$.

18. फलन $\frac{1}{(x+2)(x+3)}$ का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए। 4

Integrate the function $\frac{1}{(x+2)(x+3)}$ with respect to x.

https://www.ukboardonline.com

19. $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

Evaluate $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$.

अथवा (OR)

$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{1+\sin x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{1+\sin x}$.

20. सदिश $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ और $3\hat{i}+4\hat{j}-\hat{k}$ पर लम्ब इकाई सदिश ज्ञात कीजिए। 4

Find a unit vector perpendicular to the vectors $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ and $3\hat{i}+4\hat{j}-\hat{k}$.

21. 52 पत्तों की एक गड्डी में से यादृच्छया दो पत्ते एक साथ निकाले गये। दोनों पत्तों के काले रंग का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 4

From a pack of 52 Cards, two cards are drawn together at random. Find the probability that both cards are of black colour.

22. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ के लिए $A.(\text{adj } A) = |A| I$ को सत्यापित कीजिए। 6

Verify $A.(\text{adj } A) = |A| I$ for the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$.

23. वक्र $x^2=4y$ के किसी बिन्दु पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (1, 2) से होकर जाता है। 6

Find the equation of the normal to the curve $x^2=4y$ which passes through the point (1, 2).

अथवा (OR)

https://www.ukboardonline.com

एक खिड़की का आकार एक अर्द्धवृत्त तथा उसके व्यास पर बना आयत है। खिड़की का परिमाप 10 मीटर है। पूर्णतया खुली खिड़की से अधिकतम प्रकाश पाने के लिए खिड़की की विमाएँ ज्ञात कीजिए।

A window is in the form of a semi-circle and a rectangle on its diameter. The perimeter of the window is 10 meter. Determine the dimensions of the window in order to get maximum light through the fully open window.

24. रेखा $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$ द्वारा वृत्त $x^2+y^2=a^2$ से काटे गये भागों में से छोटे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6

Find the area of the smaller of the portions cut-off by the line $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$ from the circle $x^2+y^2=a^2$.

25. अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx}+2y=x^2\ (x \neq 0)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 6

Find the general solution of the differential equation $x\frac{dy}{dx}+2y=x^2\ (x \neq 0)$.

अथवा (OR)

किसी जीवाणु समूह में जीवाणुओं की संख्या 1,00,000 है। 2 घंटों में इनकी संख्या में 10% की वृद्धि होती है। कितने घंटों में जीवाणुओं की संख्या 2,00,000 हो जायेगी, यदि जीवाणुओं के वृद्धि की दर उनके उपस्थित संख्या के समानुपाती है। https://www.ukboardonline.com

In a culture, the bacteria count is 1,00,000. The number is increased by 10% in 2 hours. In how many hours will the count reach 2,00,000, if the rate of growth of bacteria is proportional to the number present?

26. एक समतल अक्षों से अंतःखण्ड a, b, c काटता है तथा मूल बिन्दु से इसकी दूरी p है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{p^2}$. 6

A plane makes intercepts a, b, c on the axes and it is distant p from the origin. Prove that $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{p^2}$.

अथवा (OR)

https://www.ukboardonline.com

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों 3x−y+2z−4=0 और x+y+z−2=0 के प्रतिच्छेदन तथा बिन्दु (2, 2, 1) से होकर जाता है।

Find the equation of the plane through the intersection of the planes 3x−y+2z−4=0 and x+y+z−2=0 and the point (2, 2, 1).

27. एक व्यक्ति के बारे में ज्ञात है कि वह 4 में से 3 बार सत्य बोलता है। वह एक पासे को उछालता है और बतलाता है कि उस पर आने वाली संख्या 6 है। इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि पासे पर आने वाली संख्या वास्तव में 6 है। 6

A man is known to speak truth 3 out of 4 times. He throws a die and reports that it is a six. Find the probability that it is actually a six.

अथवा (OR)

एक थैले में 6 लाल तथा 9 काली गेदें हैं। थैले में से 2 गेंदें उत्तरोत्तर प्रतिस्थापना के साथ निकाली जाती हैं। लाल गेंदों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

A bag contains 6 red and 9 black balls. Two balls are drawn from the bag after successive replacement. Find the probability distribution of the number of red balls.

28. आलेख द्वारा निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए - 6

निम्नांकित व्यवरोधों के अन्तर्गत z=x+3y का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए :

$2x + y \geq 3$

$x + 2y \leq 6$

$x, y \geq 0$

Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize and Minimize Z=x+3y subject to the following constraints :

$2x + y \geq 3$

$x + 2y \leq 6$

$x, y \geq 0$

https://www.ukboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

*****

https://www.ukboardonline.com