उत्तराखण्ड बोर्ड परीक्षा प्रश्नपत्र 2019

231(HUG)

गणित

समय : 3 घण्टे **पूर्णांक : 80**

निर्देश : (i) इस प्रश्न पत्र में कुल 30 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है। प्रश्न संख्या 11 से 15 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है, प्रश्न संख्या 16 से 25 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है तथा प्रश्न संख्या 26 से 30 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है।

(iii) प्रश्न संख्या 1 से 5 तक बहुविकल्पीय प्रश्न है। इनमें प्रत्येक प्रश्न के उत्तर में चार विकल्प दिये गये हैं। सही विकल्प अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए।

(iv) प्रश्न पत्र में कोई समग्र व्यापक विकल्प नहीं है, तथापि दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, तीन अंकों वाले तीन प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले तीन प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों में केवल एक विकल्प का ही उत्तर दीजिए।

(v) रचना वाले प्रश्न में आरेखन स्वच्छ हो और दिये गये मापन के सर्वथा अनुरूप हो।

(vi) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

---

1. निम्न में परिमेय संख्या है- 1

(i) $\sqrt{3}$ (ii) $\sqrt{4}$ (iii) (iv) $2+\sqrt{5}$

उत्तर: (ii) $\sqrt{4}$

2. यदि समीकरण युग्म $6x-3y+10=0$ और $kx-y+9=0$ द्वारा निरूपित रेखाएं समान्तर हों तो k का मान होगा- 1

(i) 1 (ii) 2 (iii) 3 (iv) 6

उत्तर: (iv) 6

3. निम्नलिखित में से कौन सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती- 1

(i) 1/3 (ii) 15% (iii) −2 (iv) 0.3

उत्तर: (iii) −2

4. त्रिज्या r वाले वृत्त का क्षेत्रफल होगा- 1

(i) $2\pi r^2$ (ii) πr^2 (iii) $2\pi r$ (iv) πr

उत्तर: (ii) πr^2

5. वृत्त के बाहर स्थित किसी बिन्दु से वृत्त पर खींची जा सकने वाली स्पर्श रेखाओं की संख्या है- 1

(i) 0 (ii) 1 (iii) 2 (iv) 4

उत्तर: (iii) 2

6. बहुपद x^2-3 के शून्यक ज्ञात कीजिए। 1

उत्तर: माना $x^2-3=0$

$x^2=3$

$x=\sqrt{3}$

शून्यक $\pm\sqrt{3}$

7. यदि किसी समान्तर श्रेणी का nवाँ पद (2n + 3) हो तो इसका 11वाँ पद ज्ञात कीजिए। 1

उत्तर: $T_n=(2n+3)$

$T_{11}=2\times 11+3=25$

8. यदि $\tan A=\cot B$ तो सिद्ध कीजिए कि $A+B=90^0$ 1

उत्तर: $\tan A=\cot B$

$\tan A=\tan(90-B)$

$\Rightarrow$ $A=90-B$

$A+B=90^0$ इतिसिद्धम

9. निम्नलिखित आंकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए- 1

20, 29, 28, 33, 42, 38, 43, 25, 40

उत्तर: दिये गये आकड़े 20, 29, 28, 33, 42, 38, 43, 25, 40

बढ़ते क्रम में 20, 25, 28, 29, 33, 38, 40, 42, 43

माध्यक = 33

10. दो समरूप त्रिभुजों की भुजाएं 4 : 9 के अनुपात में हैं। इन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए। 2

उत्तर: समरूप त्रिभुजों की भुजाएं $4x, 9x$

त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात $=\left(\frac{4x}{9x}\right)^2=\frac{16}{81}=16:81$

11. द्विघात समीकरण $9x^2-3x-20=0$ के मूल ज्ञात कीजिए। 2

उत्तर: समीकरण $9x^2-3x-20=0$

$9x^2-(15-12)x-20=0$

$9x^2-15x+12x-20=0$

$3x(3x-5)+4(3x-5)=0$
$(3x+4)(3x-5)=0$

माना $3x+4=0$

$$x=\frac{-4}{3}$$

तथा माना $3x-5=0$

$$x=\frac{5}{4}$$

मूल $\frac{-4}{3}$ तथा $\frac{5}{4}$ है।

अथवा

समान्तर श्रेणी 3, 8, 13, 18, ...का कौन सा पद 78 है?2

उत्तरः समान्तर श्रेणी 3, 8, 13, 18 का माना n^{th} वा पद 78 है

यहाँ $a=3, d=5$

$$a_n=a+(n-1)d=78$$
$$3+(n-1)5=78$$
$$3+5n-5=78$$
$$-2+5n=78$$
$$5n=80$$
$$n=\frac{80}{5}=16$$

∴ 16वाँ पद 78 होगा।

12. यदि $\tan(A+B)=\sqrt{3}$ और $\tan(A-B)=\frac{1}{\sqrt{3}}$; $0^\circ<A+B\le 90^\circ$; $A>B$, तो A और B के मान ज्ञात कीजिए। 2

उत्तरः दिया है $\tan(A+B)=\sqrt{3}$ .... (i)

$\tan(A-B)=\sqrt{3}$ ....(ii)

समी. (i) से $\tan(A+B)=\tan 60^\circ$

$\Rightarrow A+B=60^\circ$ ....(iii)

समी. (ii) से $\tan(A-B)=\tan 30^\circ$

$\Rightarrow A-B=30^\circ$ ....(iv)

समी. (iii) व (iv) को हल करने पर

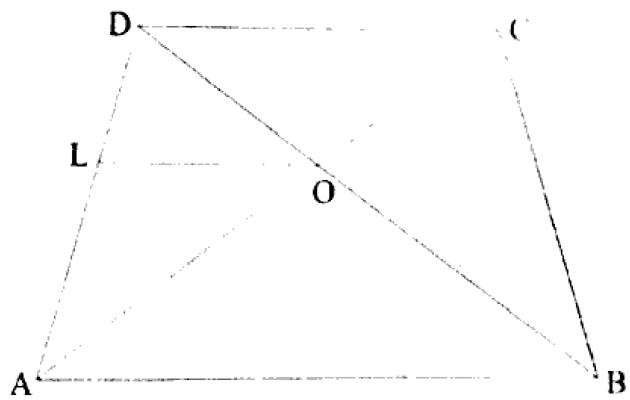
$A=45^\circ \quad B=15^\circ$

13. ABCD एक समलम्ब है जिसमें AB || DC है तथा इसके विकर्ण परस्पर बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइए कि $\frac{AO}{BO}=\frac{CO}{DO}$ है। 2

उत्तरः दिया है - ABCD एक समलम्ब जिसमें AB || DC

विकर्ण एक दूसरों को O पर प्रतिच्छेद करते हैं।

सिद्ध करना है : $\frac{AO}{BO}=\frac{CO}{DO}$



रचना - O से OL || AB खींचा OL, AD से L पर मिलता है।

उपपत्ति - अब OL || AB (रचना से) और AB || CD (दिया है)

$\Rightarrow$ OL || CD

ΔACD में, OL || CD

$\Rightarrow \frac{AO}{OC}=\frac{AL}{LD}$ ....(i) (मूल आनुपातिकता प्रमेय से)

ΔDAB मे OL || AB

$\Rightarrow \frac{DL}{LA}=\frac{DO}{OB}$ (मूल आनुपातिकता प्रमेय से)

$\Rightarrow \frac{LA}{DL}=\frac{OB}{DO}$

$\Rightarrow \frac{AL}{LD}=\frac{BO}{DO}$ ....(ii)

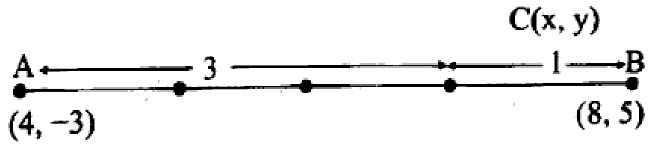
समी. (i) व (ii) से $\frac{AO}{OC}=\frac{BO}{DO}$

$\Rightarrow \frac{AO}{BO}=\frac{CO}{DO}$ इतिसिद्धम्

14. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (4, −3) और (8, 5) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को आंतरिक रूप से 3 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है। 2

उत्तरः माना बिन्दु A(4, −3) तथा बिन्दु B(8, 5) को जोड़ने वाली रेखाखण्ड को बिन्दु C(x, y), 3 : 1 में विभाजित करती है।

$$C(x,y)=\left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2},\frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$$



यहाँ $m_1=3, m_2=1, x_1=4, x_2=8, y_1=-3, y_2=5$

$$c(x, y) = \left\{\frac{3 \times 8 + 1 \times 4}{3+1}, \frac{3 \times 5 + 1 \times (-3)}{3+1}\right\}$$

$$= \left(\frac{28}{4} = \frac{12}{4}\right) = (7, 3)$$

∴ बिन्दु का निर्देशांक (7, 3) होगा।

5.52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गयी ताश की गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। लाल रंग का तस्वीर वाला पत्ता प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 3

उत्तरः गड्डी में पत्तों की कुल संख्या = 52

गड्डी में लाल रंग के पत्तों की संख्या = 26

लाल रंग का पत्ता निकलने की प्रायिकता = 26/52 = 1/2

अथवा

एक पासे को एक बार फेंका जाता है। एक सम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तरः एक पासे को फेकने पर प्राप्त परिणाम

(1, 2, 3, 4, 5, 6) कुल = 6

जिसमें सम संख्याएं = 2, 4, 6 कुल = 3

एक सम संख्या होने की प्रायिकता

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

16. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग करके संख्याओं 135 और 225 का HCF ज्ञात कीजिए और फिर इनका LCM ज्ञात कीजिए। 3

उत्तरः यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से 135 और 225 का ज्ञात करना

$225 = 135 \times 1 + 90$

$135 = 90 \times 1 + 45$

$90 = 45 \times 2 + 0$

HCF (135, 225) = 45

तथा HCF× LCM = दिए गए संख्याओं का गुणनफल

$45 \times LCM = 135 \times 225$

$$LCM = \frac{135 \times 225}{45} = 675$$

17. एक समकोण त्रिभुज की ऊँचाई उसके आधार से 7 सेमी. कम है। यदि कर्ण 13 सेमी. हो तो अन्य दो भुजाएँ ज्ञात कीजिए। 3

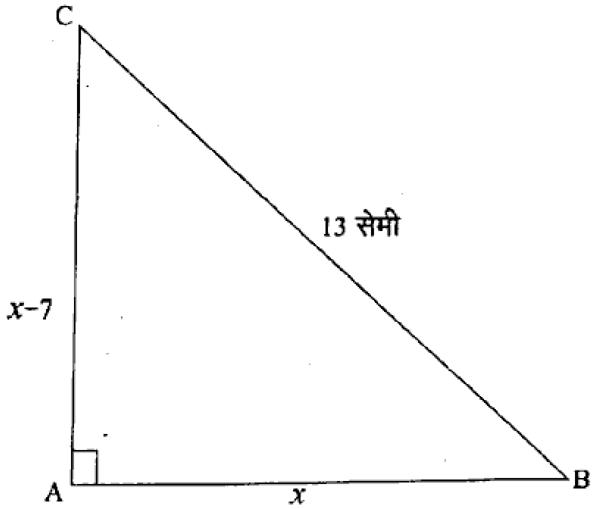
उत्तरः माना ABC एक समकोण त्रिभुज है।

तथा आधार x सेमी. है ऊँचाई $(x-7)$ सेमी.

और कर्ण 13 सेमी.

ΔABC में

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ (पाइथागोरस प्रमेय से)



$\Rightarrow \quad 13^2 = x^2 + (x-7)^2$

$\Rightarrow \quad 169 = x^2 + x^2 + 49 - 14x$

$\Rightarrow \quad 169 - 49 = 2x^2 - 14x$

$\Rightarrow \quad 120 = 2x^2 - 14x$

$\Rightarrow \quad 2x^2 - 14x - 120 = 0$

$\Rightarrow \quad x^2 - 7x - 60 = 0$

$\Rightarrow \quad x^2 - (12-5)x - 60 = 0$

$\Rightarrow \quad x^2 - 12x + 5x - 60 = 0$

$\Rightarrow \quad x(x-12) + 5(x-12) = 0$

$(x+5)(x-12) = 0$

माना $x + 5 = 0$

तो $x = -5$ (अमान्य)

यदि $x - 12 = 0$

तो $x = 12$

∴ अन्य दो भुजाएं 12 सेमी. तथा 5 सेमी. है।

18. सिद्ध कीजिए- $\frac{\sin A}{1+\cos A} + \frac{1+\cos A}{\sin A} = 2 \text{ cosec } A$

उत्तरः $\frac{\text{Sin } A}{1+\text{Cos } A} + \frac{1+\text{Cos } A}{\text{Sin } A} = 2 \text{ cosec } A$

बायां पक्ष

$$\frac{\text{Sin } A}{1+\text{Cos } A} + \frac{1+\text{Cos } A}{\text{Sin } A}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{Sin}^2 A + (1+\text{Cos } A)^2}{(1+\text{Cos } A)\text{ Sin } A}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{Sin}^2 A + 1^2 + \text{Cos}^2 A + 2 \text{ Cos } A}{(1+\text{Cos } A)\text{ Sin } A}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + 1 + 2 \text{ Cos } A}{(1+\text{Cos } A)\text{ Sin } A} = \frac{2 + 2\text{ Cos } A}{(1+\text{Cos } A)\text{ Sin } A}$$

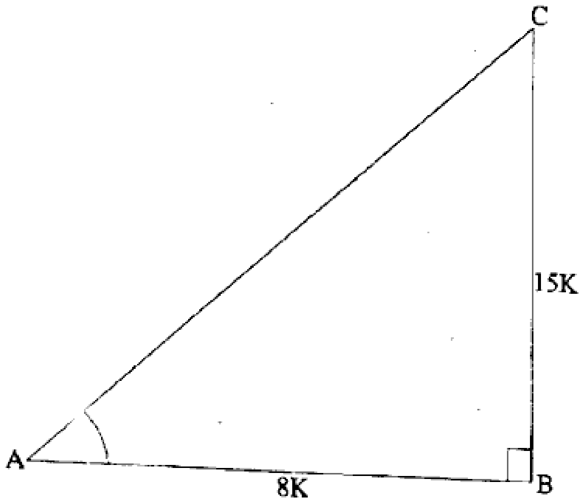
$$= \frac{2(1+\text{Cos } A)}{(1+\text{Cos } A)\text{ Sin } A} = \frac{2}{\text{Sin } A}$$

$\Rightarrow$ 2 Coses A दायां पक्ष

अथवा

यदि $15 \cot A = 8$ हो तो $\sin A$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तरः



$\Rightarrow \quad 15 \cot A = 8$

$\Rightarrow \quad \operatorname{Cot} A = 8/15$

$\Rightarrow \quad \frac{AB}{BC} = \frac{8}{15}$

$AB = 8K$ और $BC = 15K$

पाइथागोरस प्रमेय से,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= (8K)^2 + (15K)^2 = 64K^2 + 225K^2 = 289K^2$

$AC = \sqrt{289K^2} = 17K$

अतः $\quad \operatorname{Sin} A = \frac{BC}{AC} = \frac{15K}{17K} = \frac{15}{17}$

19. दिखाइए कि बिन्दु (−2, 1), (2, −2) और (5, 2) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं। 3

उत्तरः दिए गए तीन बिन्दुएँ A(−2, 1). B(2, −2) तथा C(5, 2) हैं।

$AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} = \sqrt{\{2-(-2)\} + (-2-1)^2}$

$= \sqrt{16 + (-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

$BC = \sqrt{(5-2)^2 + \{2-(-2)\}^2} = \sqrt{3^2 + (4)^2} = \sqrt{9+16}$

$= \sqrt{25} = 5$

$CA = \sqrt{(-2-5)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{(-7)^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1}$

$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

ΔABC में, $CA^2 = AB^2 + BC^2$

$(5\sqrt{2})^2 = (5)^2 + (5)^2$

$50 = 25 + 25$

$50 = 50$

ΔABC में पाइथागोरस प्रमेय संतुष्ट होता है अतः दिए गए बिन्दुओं से एक समकोण त्रिभुज बनता है।

20. निम्नलिखित समीकरणों को ग्राफीय विधि से हल कीजिए।

$2x + y = 6$

$x - 2y + 2 = 0$ 3

दिए गए समीकरण,

$2x + y = 6$ ....(1)

$x - 2y + 2 = 0$ ....(2)

समीकरण (1) से,

x	0	3
y	6	0

यदि $x = 0$ तो $2 \times 0 + y = 6$

$y = 6$

और यदि $y = 0$ तो $2x + 0 = 6$

$x = 3$

समीकरण (2) से,

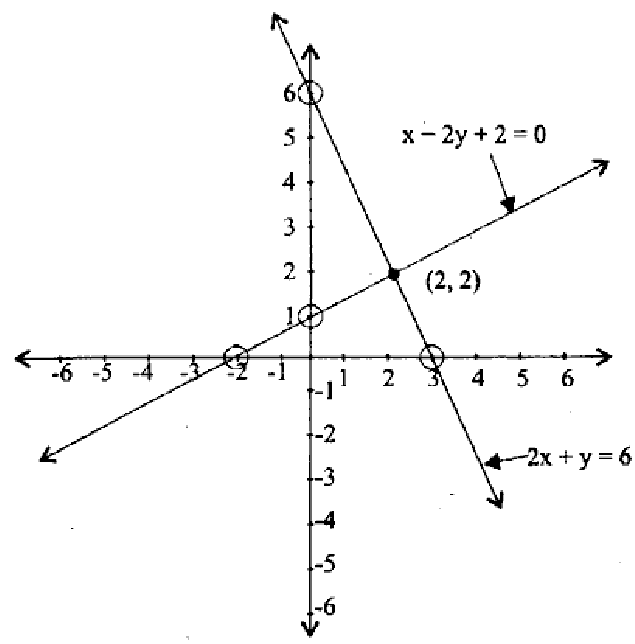
x	0	−2
y	1	0

यदि $x = 0$ तो, $-2y + 2 = 0$

$y = 1$

और यदि $y = 0$ तो $x - 2 \times 0 + 2 = 0$

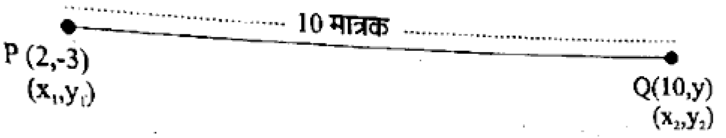
$x = -2$



दिये गए समीकरणों के ग्राफ से (2, 2) हल प्राप्त हुआ।

21. Y के वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिये बिन्दु P(2, −3) और Q(10, Y) के बीच की दूरी 10 मात्रक है। 3

उत्तर:



$$PQ = 10$$

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=10$$

$\Rightarrow\quad (10-2)^2+\{y-(-3)\}^2=10^2$

$\Rightarrow\quad 8^2+(y+3)^2=100$

$\Rightarrow\quad 64+y^2+3^2+2\times y\times 3=100$

$\Rightarrow\quad 64+y^2+9+6y=100$

$\Rightarrow\quad 73+y^2+6y=100$

$\Rightarrow\quad y^2+6y=100-73=27$

$\Rightarrow\quad y^2+6y-27=0$

$\Rightarrow\quad y^2+(9-3)y-27=0$

$\Rightarrow\quad y^2+9y-3y-27=0$

$\Rightarrow\quad y(y+9)-3(y+9)=0$

$\Rightarrow\quad (y-3)(y+9)=0$

यदि $\quad y-3=0$

$y=3$

और यदि $\quad y+9=0$

$y=-9$

अतः y के दो सम्भव मान 3 और -9 हो सकते हैं।

अथवा

k का मान ज्ञात कीजिए, यदि बिन्दु A (2, 3), B (4, K) और C (6, −3) संरेखी हैं।

उत्तरः बिन्दु A(2, 3), B(4, K) और C (6, −3) संरेखी होने के लिए उनके द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल शून्य होना चाहिए।

यहाँ $\quad x_1=2 \qquad$ और $\qquad y_1=3$

$x_2=4 \qquad\qquad y_2=K$

$x_3=6 \qquad\qquad y_3=-3$

त्रिभुज का क्षेत्रफल = 0

$$1/2\,[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]=0$$

$\Rightarrow\quad 2[(K-(-3)]+4(-3-3)+6(3-K)=0$

$\Rightarrow\quad 2(K+3)+4\times(-6)+18-6K=0$

$\Rightarrow\quad 2K+6-24+18-6K=0$

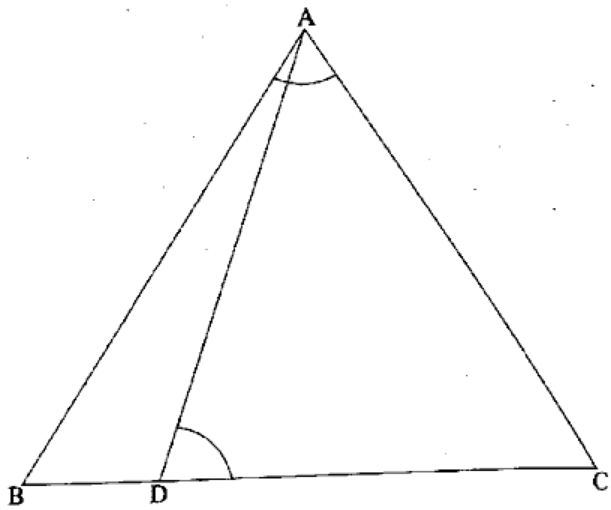
$\Rightarrow\quad -4K=0$

$K=0$

22. एक त्रिभुज ABC की भुजा BC पर एक बिन्दु D इस प्रकार स्थित है कि $\angle ADC = \angle BAC$ है। दर्शाइए कि $CA^2 = CB.CD$ है। 3

उत्तरः दिया है- ΔABC में, भुजा BC पर एक बिन्दु D है तथा $\angle ADC=\angle BAC$

दर्शाना है- $CA_2=CB.CD$



उपपत्ति-

ΔADC तथा ΔBAC में

$\angle D=\angle A$ (दिया है)

$AC=AC$ (उभयनिष्ठ)

$\angle C=\angle C$ (उभयनिष्ठ)

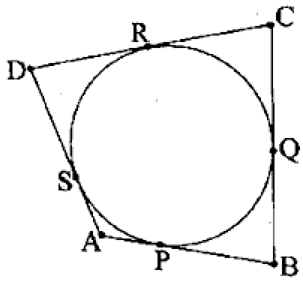
AA समरूपता से $\Delta ADC\sim\Delta ABC$

$$\Rightarrow\quad \frac{CA}{CD}=\frac{CB}{CA}$$

$$\Rightarrow\quad CA^2=CB.CD$$

23. दी गयी आकृति में एक वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है।

सिद्ध कीजिए - $AB+CD=AD+BC$ 3



उत्तरः दिया है- एक वृत्त के परिगत चतुर्भुज ABCD

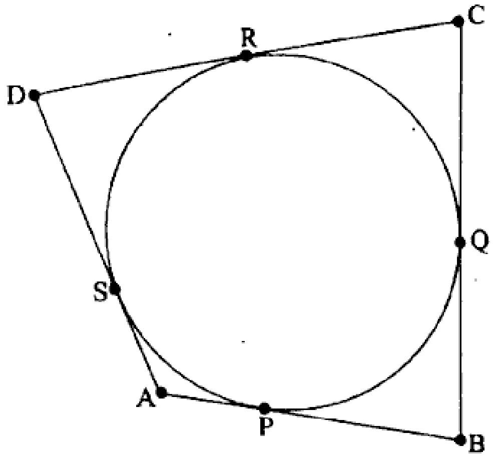
सिद्ध करना है- $AB+CD=AD+BC$

उत्पत्ति- क्योंकि किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लम्बाई बराबर होती है।

अब A वृत्त के बाहर स्थित कोई बिन्दु है और AP, AS वृत्त पर स्पर्श रेखाएं हैं।

अतः $\qquad AP=AS \qquad$ ....(i)

इसी प्रकार $\qquad BP=BQ \qquad$ ....(ii)



$$CR = CQ \quad ....(iii)$$
$$DR = DS \quad ....(iv)$$

समीकरण (i), (ii), (iii) व (iv) को जोड़ने पर

$$AP + BP + CR + DR = AS + BQ + CQ + DS$$
$$(AP + PB) + (CR + DR) = (BQ + QC) + (DS + SA)$$
$$AB + CD = BC + DA$$
$$AB + CD = AD + BC$$

24. यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों में 2 जोड़ दिया जाए तो वह $\frac{9}{11}$ हो जाती है। यदि अंश और हर दोनों में 3 जोड़ दिया जाए तो वह $\frac{5}{6}$ हो जाती है। वह भिन्न ज्ञात कीजिए। 3

उत्तरः माना वह भिन्न है - $\frac{x}{y}$

प्रश्नानुसार, $\frac{x+2}{y+2} = \frac{9}{11}$ ....(1)

तथा $\frac{x+3}{y+3} = \frac{5}{6}$ ....(2)

समीकरण (1) से,

$$11x + 22 = 9y + 18$$
$$11x - 9y = 18 - 22$$
$$11x - 9y = -4 \quad ....(3)$$

समीकरण (2) से,

$$6x + 18 = 5y + 15$$
$$6x - 5y = 15 - 18$$
$$6x - 5y = -3 \quad ....(4)$$

समीकरण (3) को 6 से तथा समीकरण (4) को 11 से गुणा करने पर

$$66x - 54y = -24 \quad ....(5)$$ घटाने पर
$$66x - 55y = -33 \quad ....(6)$$
$$- \quad + \quad +$$
$$y = 9$$

y = 9 समीकरण (3) में रखने पर,

$$11x - 9 \times 9 = -4$$
$$11x - 81 = -4$$
$$11x = -4 + 81$$
$$11x = 77$$
$$x = \frac{77}{11} = 7$$

अतः x = 7 तथा y = 9 है

दिया गया भिन्न $= \frac{x}{y} = \frac{7}{9}$

अथवा

दो संख्याओं का अंतर 26 है और एक संख्या दूसरी संख्या की तीन गुनी है। संख्यायें ज्ञात कीजिए।

उत्तरः माना पहली संख्या $= x$

तथा दूसरी संख्या $= x - 26$

प्रश्नानुसार,

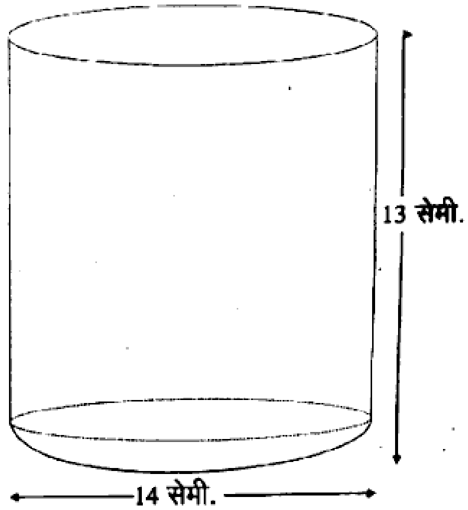
$$x = (x - 26) \times 3$$
$$x = 3x - 78$$
$$x - 3x = -78$$
$$-2x = -78$$
$$x = 78/2 = 39$$
$$x = 39$$

पहली संख्या $= x = 39$

दूसरी संख्या $= x - 26 = 39 - 26 = 13$

25. कोई बर्तन एक खोखले अर्धगोले के आकार का है जिसके ऊपर एक खोखला बेलन अध्यारोपित है। अर्धगोले का व्यास 14 सेमी. है और इस बर्तन की कुल ऊँचाई 13 सेमी. है। इस बर्तन का आन्तरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

उत्तरः



अर्द्धगोले का व्यास (2r) = 14 सेमी.
अर्द्धगोले की त्रिज्या (r) = 14/r = 7 सेमी.
बेलन की त्रिज्या r = 7 सेमी.
बेलन की ऊँचाई (h) = 13 − 7 = 6 सेमी.
बर्तन का आन्तरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल
= अर्द्धगोले का आन्तरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल + बेलन का आन्तरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

$= 2\pi r(r+h)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(7+6)$

$= 2 \times 22 \times 13$

= 572 वर्ग सेमी.

अतः बर्तन का कुल आन्तरिक पृष्ठ = 572 वर्ग सेमी.

26. एक मोटर बोट, जिसकी स्थिर जल में चाल 18 किमी./घंटा है, 24 किमी. धारा के प्रतिकूल जाने में, वही दूरी धारा के अनुकूल जाने की अपेक्षा 1 घंटा अधिक लेती है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए। 06

उत्तरः माना धारा की चाल x किमी प्रति घंटा
शान्त जल में मोटर वोट की चाल = 18 किमी प्रति घंटा
धारा की दिशा में चाल = $18 + x$
धारा के विरुद्ध चाल = $18 - x$
प्रश्नानुसार,

$$\frac{24}{18-x} = \frac{24}{18+x} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{24}{18-x} - \frac{24}{18+x} = 1$$

$$\Rightarrow 24\left[\frac{1}{18-x} - \frac{1}{18+x}\right] = 1$$

$$\Rightarrow \frac{18+x-18+x}{(18-x)(18+x)} = \frac{1}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{18^2 - x^2} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{2x}{324 - x^2} = \frac{1}{24}$$

$324 - x^2 = 48x$

$-x^2 - 48x + 324 = 0$

$x^2 + 48x - 324 = 0$

$x^2 + (54-6)x - 324 = 0$

$x^2 + 54x - 6x - 324 = 0$

$x(x+54) - 6(x+54) = 0$

$(x-6)(x+54) = 0$

यदि $x - 6 = 0$ और यदि $x + 54 = 0$

$x = 6$ $x = -54$ (असम्भव)

अतः धारा की चाल = 6 किमी. प्रति घंटा

अथवा

समीकरणों के निम्न युग्म को हल कीजिए-

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13$$
$$\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$$

उत्तरः $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13$ ....(1)

$\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$ ....(2)

माना $\frac{1}{x} = p$ तथा $\frac{1}{y} = q$ को समी. (1) व (2) में रखने पर

$2p + 3q = 13$.................(3)

$5p - 4q = -2$.................(4)

समी. (3) को 5 से तथा समी. (4) को 2 से गुणा करने पर

$10p + 15q = 65$ ....(5) (घटाने पर)

$10p - 8q = -4$ ....(6)

$-\quad +\quad +$

$23q = 69$

$$q = \frac{69}{23} = 3$$

q = 3 मान समी. (3) में रखने पर

$2p + 3 \times 3 = 13$

$2p + 9 = 13$

$2p = 13 - 9$

$2p = 4$

$p = 2$

और $p = 2$ | $q = 3$

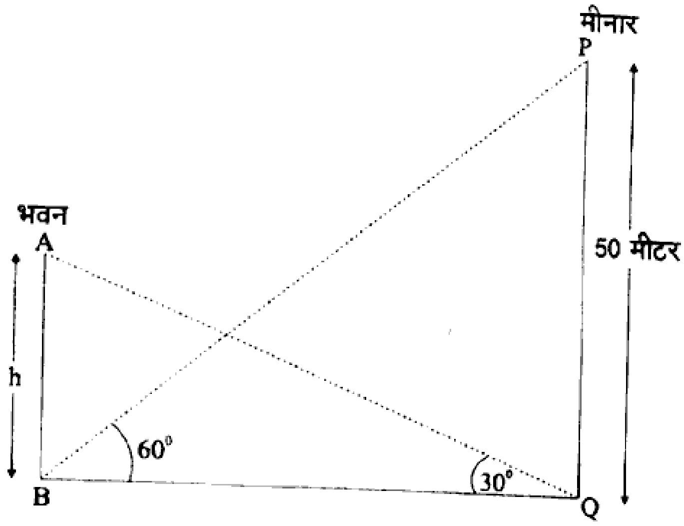
$\frac{1}{x} = 2$ | $\frac{1}{y} = 3$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ $y = \frac{1}{3}$

27. एक मीनार के पाद-बिंदु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है और भवन के पाद बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार 50 मी. ऊँची हो, तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 6

उत्तरः माना AB = h मीटर भवन की ऊँचाई है।
PQ = 50 मीटर मीनार की ऊँचाई है।
ΔAQB में,

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{BQ}$$



$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BQ}$$

$$BQ = h\sqrt{3} \quad \text{..............(1)}$$

ΔPBQ में ,

$$\tan 60^\circ = \frac{50}{BQ}$$

$$\sqrt{3} = \frac{50}{BQ}$$

$$BQ = \frac{50}{\sqrt{3}} \quad \text{.............(2)}$$

समी. (1) व (2) से,

$$h\sqrt{3} = \frac{50}{\sqrt{3}}$$

$$3h = 50$$

$$h = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$$

अतः भवन की ऊँचाई = $16\frac{2}{3}$ मीटर है।

28. दी गयी आकृति में किसी त्रिभुज ABC के शीर्ष A से BC पर डाला गया लम्ब BC को D पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करता है कि BD = 3CD है। सिद्ध कीजिए कि $2AB^2 = 2AC^2 + BC^2$ है। 6

उत्तरः दिया है – ΔABC में, $AD \perp BC$ और

$BD = 3\ CD$

सिद्ध करना है : $2AB^2 = 2AC^2 + BC^2$

उपपत्ति - समकोण त्रिभुजों ABD और ADC में,

पाइथागोरस प्रमेय से,

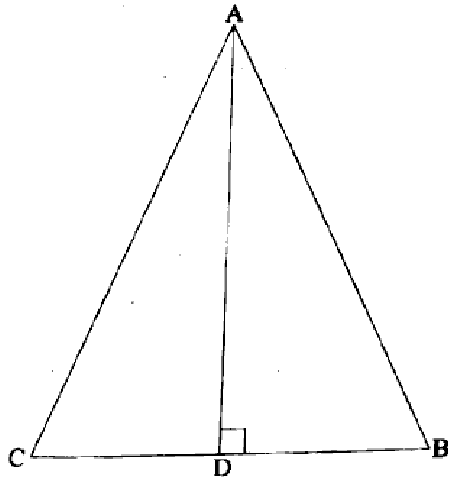
$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \quad \text{................(1)}$$

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 \quad \text{................(2)}$$

$$\therefore \quad AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$$

$$= (3CD^2) - CD^2 \quad \because \ [BD = 3CD]$$

$$= 9CD^2 - CD^2$$



$$= 8CD^2$$

परन्तु $BC = DB + CD$

$BC = 3CD + CD = 4CD$

तो $AB^2 - AC^2 = 8\left[\frac{BC}{4}\right]^2 = 8 \times \frac{BC^2}{16} = \frac{BC^2}{2}$

$$= \frac{BC^2}{2}$$

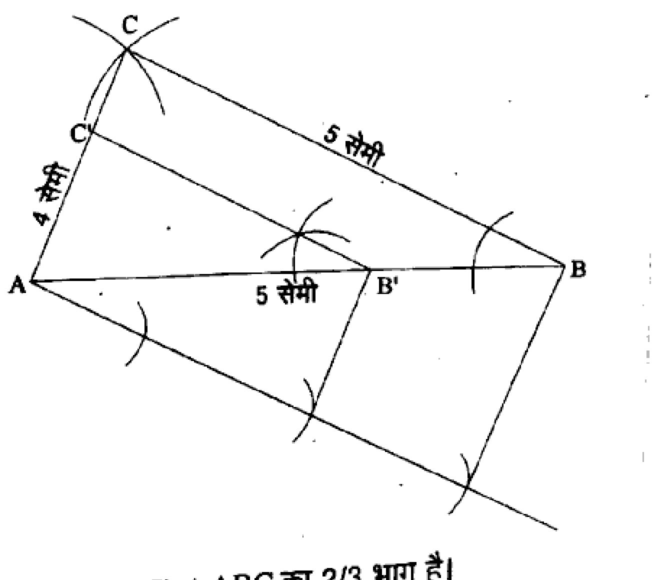
$$2(AB^2 - AC^2) = BC^2$$

$$2AB^2 - 2AC^2 = BC^2$$

$$2AB^2 = 2AC^2 + BC^2$$

अथवा

4 सेमी., 5 सेमी. और 6 सेमी. भुजाओं वाले एक त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएं दिये हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की 2/3 गुनी हो।



$\Delta AB'C'$, ΔABC का 2/3 भाग है।

29. एक शंकु के छिन्नक, जो 45 cm ऊँचा है, के सिरों की त्रिज्याएँ 28 cm और 7 cm हैं। इसका आयतन और वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (π =22/7 लीजिए) 6

उत्तरः छिन्नक की ऊँचाई = 45 सेमी.

छिन्नक के सिरों की त्रिज्याएं $(r_1) = 7$ सेमी.

$(r^2) = 28$ सेमी.

$l = \sqrt{h^2 + (r_2 - r_1)^2} = \sqrt{45^2 + (28-7)^2} = 49$

छिन्नक का आयतन $= \frac{1}{3}\pi h\,(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45\,[7^2 + 28^2 + 7 \times 28]$

$= \frac{22 \times 15}{7}\,[49 + 784 + 196]$

$= \frac{22 \times 15}{7} \times 1029 = 22 \times 15 \times 147$

$= 48{,}510$ घन सेमी.

छिन्नक का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi(r_1 + r_2)\,l$

$= 22/7\,(7+28) \times 49$

$= 22/7 \times 35 \times 49$

$= 22 \times 5 \times 49$

$= 5390$ वर्ग सेमी.

अथवा

त्रिज्या 4.2 cm वाले धातु के एक गोले को पिघलाकर त्रिज्या 6 cm वाले एक बेलन के रूप में ढाला जाता है। बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तरः गोले की त्रिज्या r = 4.2 सेमी.

बेलन की त्रिज्या R = 6 सेमी.

माना बेलन की ऊँचाई = h सेमी.

बेलन का आयतन = गोले का आयतन

$\pi R^2 h = \frac{4}{3}\pi r^3$

$R^2 h = \frac{4}{3} r^3$

$6^2 H = \frac{4}{3}(4.2)^3 = \frac{4}{3} \times 4.2 \times 4.2 \times 4.2$

$36\,h = 98.78$

$h = \frac{98.748}{36} = 2.74$ cm

अतः बेलन की ऊँचाई = 2.74 सेमी.

30. निम्नलिखित आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए। 6

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0-20	10
20-40	35
40-60	52
60-80	61
80-100	38
100-120	29

उत्तरः

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0-20	10
20-40	35
40-60	52
60-80	61
80-100	38
100-120	29

मॉडल क्लास (60-80)

$l = 60,\ f_1 = 52,\ f_2 = 38,\ f_0 = 61,\ h = 20$

बहुलक $= l + \left\{\frac{f_0 - f_1}{2f_0 - f_1 - f_2}\right\} \times h$

$= 60 + \left(\frac{61 - 52}{2 \times 61 - 52 - 38}\right) \times 20$

$= 60 + \left(\frac{9}{122 - 90}\right) \times 20$

$= 60 + \frac{9}{32} \times 20$

$= 60 + 5.62$

$= 65.62$

https://www.ukboardonline.com