Model Question : 2023-24

Class : XII

Subject: Mathematics

Time : 3 Hours 15 Minutes   Total Marks : 80

(The figures in the margin indicate full marks.)

ক-বিভাগ

1 থেকে 10 পর্যন্ত প্রশ্নগুলি বহুমুখী নির্বাচনধর্মী প্রশ্নাবলী। এই প্রশ্নগুলির প্রতিটির উত্তরের জন্য 4 টি করে পছন্দ (a), (b), (c) এবং (d) দেওয়া আছে, যাদের মধ্যে কেবল একটিই সঠিক। প্রতিটি প্রশ্নের উত্তরের ক্ষেত্রে সঠিক পছন্দটি নির্বাচন করো:-

এই প্রশ্নগুলির প্রতিটির মান 1 :   1 x 10=10

1. মনে করো, A= {1, 2, 3} সেটে R একটি সম্বন্ধ প্রদত্ত,

যেখানে R = {(1, 1), (1, 2), (2,1), (3,3)} । তবে R

(a) প্রতিসম কিন্তু স্বসম কিংবা সংক্রমণ নয়।   (b) স্বসম কিন্তু প্রতিসম কিংবা সংক্রমণ নয়।

(c) সংক্রমণ কিন্তু স্বসম কিংবা প্রতিসম নয়।   (d) একটি সমতুল্যতা সম্বন্ধ।

2. $\text{Sin}^{-1}\left(Sin\ \frac{5\pi}{6}\right)$ এর মুখ্য মান হলো-

(a) $\frac{5\pi}{6}$ (b) $-\frac{5\pi}{6}$

(c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $-\frac{\pi}{6}$

3. মনে করো, A হলো 3 x 3 ক্রমের ম্যাট্রিকস, যেখানে

$|A| = 6$ । তবে $|\text{adj } A|$ - এর মান হবে -

(a) 6   (b) 36

(c) 216   (d) এদের কোনোটাই নয়

4. কোনো একটি গোলকের ব্যাসার্ধ r-এর সাপেক্ষে এর বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের পরিবর্তনের হার, r = 6 সেমি- এ হবে-

(a) 8 π (b) 16 π

(c) 24 π (d) 48 π

www.careerindia.com

5. $\int_{0}^{\pi} |\operatorname{Cos} x| \, dx$ – এর মান হলো -

(a) -2 (b) 2

(c) -1 (d) 1

6. $x^2 = 4y$ বক্ররেখা, x অক্ষ এবং x = 3 সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হলো-

(a) $\frac{9}{4}$ বর্গএকক (b) $\frac{3}{2}$ বর্গএকক

(c) $\frac{27}{4}$ বর্গএকক (d) $\frac{3}{4}$ বর্গএকক

7. $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \operatorname{Cos}\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$ অবকল সমীকরণটির ক্রম ও ঘাত (যদি সংজ্ঞাত হয়) হলো যথাক্রমে-

(a) ক্রম = 4 , ঘাত : সংজ্ঞাত নয় (b) ক্রম = 2 , ঘাত = 4

(c) ক্রম = 2 , ঘাত : সংজ্ঞাত নয় (d) এগুলির কোনোটাই নয়

8. যদি $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ হয়, তবে a ও b এর মধ্যবর্তী কোণের মান হলো-

(a) 0 (b) $\frac{\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{2}$ (d) π

9. $\frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{b_1} = \frac{z-z_1}{c_1}$ এবং $\frac{x-x_2}{a_2} = \frac{y-y_2}{b_2} = \frac{z-z_2}{c_2}$ সরলরেখা দুটি সম্পর্কিত নীচের তথ্যগুলির মধ্যে কোন্‌টি সঠিক নয়?

(a) সরলরেখা দুটির মধ্যবর্তী কোণ θ হলে

$$\operatorname{Cos}\theta = \left| \frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}\ \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}} \right|$$

(b) সরলরেখা দুটি পরস্পর লম্ব হবে যদি $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$ হয়।

(c) সরলরেখা দুটি পরস্পর সমান্তরাল হবে যদি -

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$ হয়।

www.careerindia.com

(d) সরলরেখা দুটির ভেকটর আকার যথাক্রমে

$\vec{r} = (x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}) + \lambda_1 (a_1\hat{i} + b_1\hat{j} + c_1\hat{k})$ এবং

$\vec{r} = (a_2\hat{i} + b_2\hat{j} + c_2\hat{k}) + \lambda_2 (x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k})$

10. কোনো সমসম্ভব পরীক্ষার সাথে যুক্ত দুটি স্বাধীন ঘটনা A এবং B এরূপ যে $P(A) = \frac{2}{5}$ এবং $P(B) = \frac{3}{8}$ হয়। তবে $P(A' \cap B')$ এর মান হবে-

(a) $\frac{5}{8}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{3}{8}$ (d) এগুলির কোনোটাই নয়।

খ-বিভাগ

11 থেকে 20 পর্যন্ত প্রশ্নগুলি অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী।

এই প্রশ্নগুলির প্রতিটির মান 1 : 1x10=10

11. $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right)$ কে সরলতম আকারে প্রকাশ করো,

যেখানে $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$

12. যদি একটি ম্যাট্রিক্সের 9টি উপাদান থাকে, তবে এর সম্ভাব্য ক্রমগুলো কি কি হতে পারে লিখ।

13. মনে করো X, Y এবং Z যথাক্রমে 2 x m, 2 x n এবং 3 x k ক্রমের ম্যাট্রিকস্ । যদি XY + YZ সংজ্ঞাত হয়, তবে m, n ও k এর মান বের করো।

14. বিস্তৃত না করে এবং নির্ণায়কের ধর্ম প্রয়োগ করে

$$\begin{vmatrix} 3 & 8 & 7 \\ 75 & 62 & 52 \\ 8 & 6 & 5 \end{vmatrix}$$ নির্ণায়কটির মান নির্ণয় করো।

15. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ - এর মান নির্ণয় করো।

16. নির্দিষ্ট সমকালের ধর্ম প্রয়োগ করে $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \text{Sin}^5 x \, \text{Cos}^3 x \, dx$ - এর মান নির্ণয় করো।

www.careerindia.com

17. $\frac{dy}{dx}$ + 3y cot$x$ = sin 2x অবকল সমীকরণের সমাকল গুণক (I.F.) সরলতম আকারে নির্ণয় করো।

18. $xdy + ydx = 0$ অবকল সমীকরণের সাধারণ সমাধান নির্ণয় করো।

19. $\vec{a}$ = $\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ভেক্টরের দিক্ কোসাইনগুলো নির্ণয় করো।

20. একটি সমসম্ভব চলক X- এর সম্ভাবনা বিভাজন নিম্নরূপ :

X	0	1	2	3
P (X = x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

X- এর মধ্যক অথবা প্রত্যাশা নির্ণয় করো।

গ-বিভাগ

21 থেকে 25 পর্যন্ত প্রশ্নগুলি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী। এই প্রশ্নগুলির প্রতিটির মান 2 : 2x5=10

21. বৃহত্তম অখন্ড অপেক্ষক f : R → R, যেখানে $f(x) = [x]$ এককৈক কিংবা উপরিচিত্রণ কিনা যাচাই করো।

(এখানে R হলো সকল বাস্তব সংখ্যার সেট এবং $[x]$ দিয়ে x এর ছোট বা সমান হয় এমন বৃহত্তম অখন্ড সংখ্যাকে প্রকাশ করা হয়)

22. নির্ণায়কের ধর্ম ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে,

$$\begin{vmatrix} y+k & y & y \\ y & y+k & y \\ y & y & y+k \end{vmatrix} = k^2(3y+k)$$

23. একটি অপেক্ষক f নিম্নরূপে সংজ্ঞাত:

$f(x) = \frac{x}{|x|}$, যখন $x \neq 0$

0 , যখন $x = 0$

$x = 0$ বিন্দুতে অপেক্ষকটির সন্ততা পরীক্ষা করো।

24. যে অন্তরালে $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 17$ অপেক্ষকটি যথার্থ ক্ষয়িষ্ণু তা নির্ণয় করো।

25. একজন দম্পত্তির দুইজন সন্তান আছে। উভয় সন্তানই বালক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো, যদি জানা থাকে যে তাদের মধ্যে কমপক্ষে একজন সন্তান হলো বালক।

www.careerindia.com

26 থেকে 29 পর্যন্ত প্রশ্নগুলি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী। এই প্রশ্নগুলির প্রতিটির মান 3 : 3x4=12

26. প্রমাণ করো যে, $2\left(\tan^{-1}\frac{1}{4} + \tan^{-1}\frac{2}{9}\right) = \cos^{-1}\frac{3}{5}$

27. মান নির্ণয় করোঃ $\int e^x \frac{x^2+1}{(x+1)^2}\,dx$

28. যদি $\vec{a} = \hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 7\hat{k}$ এবং $\vec{c} = 2\hat{\imath} - \hat{\jmath} + 4\hat{k}$, হয়, তবে একটি ভেকটর $\vec{d}$ নির্ণয় করো যা $\vec{a}$ ও $\vec{b}$ উভয়ের উপর লম্ব এবং $\vec{c} \cdot \vec{d} = 15$

29. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ ও $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{5}$ সরলরেখা দুটির প্রত্যেকটির উপর লম্ব যে সরলরেখা (1, 2, 3) বিন্দুগামী তার কার্তেসীয় এবং ভেকটর সমীকরণ নির্ণয় করো।

ঘ-বিভাগ

30 থেকে 36 পর্যন্ত প্রশ্নগুলি দীর্ঘ উত্তরধর্মী। এই প্রশ্নগুলির প্রতিটির মান 4 : 4x7=28

30. $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিকসটিকে একটি প্রতিসম এবং একটি বিপ্রতিসম ম্যাট্রিকেসর সমষ্টিরূপে প্রকাশ করো।

অথবা

যদি $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ হয় তবে -

i) দেখাও যে, $A^2 - 5A + 7I = 0$

ii) adj A নির্ণয় করো।

iii) A^{-1} নির্ণয় করো, যদি অস্তিত্ব থাকে।

31. যদি $y = x^n\{a\cos(\log x) + b\sin(\log x)\}$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে,

$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + (1-2n)x\frac{dy}{dx} + (1+n^2)y = 0$, (এখানে a, b, n হলো ধ্রুবক রাশি)

32. দেখাও যে, প্রদত্ত ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট কোনো লম্ব বৃত্তাকার চোঙের আয়তন সর্ববৃহৎ হয় তার উচ্চতা ভূমির ব্যাসের সমান হয়।

www.careerindia.com

অথবা

আয়তাকার একটি জানালার উপর দিকে অর্ধবৃত্তাকার খোলা অংশ আছে। যদি জানালার মোট পরিসীমা 10 মিটার হয় তবে তার আয়তকার অংশের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করো যাতে সমগ্র খোলা অংশের মধ্য দিয়ে সর্বাধিক আলো প্রবেশ করতে পারে।

33. মান নির্ণয় করো :-

$$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}$$

অথবা

মান নির্ণয় করো :-

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x \cos x\,dx}{\cos^4 x \sin^4 x}\,dx$$

34. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ উপবৃত্ত এবং $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষুদ্রতর অঞ্চলের ক্ষেত্রফল সমাকলন প্রয়োগ করে নির্ণয় করো।

35. নিম্নে প্রদত্ত অবকল সমীকরণের সাধারণ সমীকরণ নির্ণয় করো:

$$(1+x^2)\,dy = (\cot^{-1} x + y)\,dx$$

36. কোনো বিমা কোম্পানি 2000 জন স্কুটার চালক, 4000 জন মোটর গাড়ি চালক এবং 6000 জন ট্রাক চালকের বিমা করে। স্কুটার চালক, মোটর গাড়ি চালক এবং ট্রাক চালকের দুর্ঘটনা ঘটানোর সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{1}{100}$, $\frac{3}{100}$ এবং $\frac{3}{20}$ । বিমাকারি এক ব্যক্তি দুর্ঘটনা ঘটায়। ওই ব্যক্তির স্কুটার চালক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

ঙ-বিভাগ

37 এবং 38 প্রশ্ন দুটি দীর্ঘ উত্তরধর্মী। এই প্রশ্ন দুটির প্রতিটির মান 5 : 5x2=10

37. P (1, 2, 3) বিন্দু থেকে $\frac{x-6}{3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-7}{-2}$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো এবং P বিন্দু থেকে সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

www.careerindia.com

CAREERINDIA

অথবা

দুটি সরলরেখার ভেকটর সমীকরণ-

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

এবং $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(4\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$

সরলরেখা দুটির মধ্যে ক্ষুদ্রতম দূরত্ব নির্ণয় করো।

38. একটি পণ্য উৎপাদনকারী সংস্থা A এবং B দুটি পণ্য উৎপাদন করে এবং পণ্য দুটি বিক্রি করে সংস্থাটির প্রতি এককে লাভ হয় যথাক্রমে 5 টাকা এবং 3 টাকা। প্রত্যেকটি পণ্য M_1 এবং M_2 দুটি মেশিন দ্বারা উৎপাদিত হয়। A পণ্যটির প্রতি একক উৎপাদন করতে M_1 মেশিনের 1 মিনিট ও M_2 মেশিনের 2 মিনিট সময় লাগে। আবার B পণ্যটির প্রতি একক উৎপাদন করতে M_1 মেশিনের 1 মিনিট ও M_2 মেশিনের 1 মিনিট সময় লাগে। M_1ও M_2 মেশিন দুটি প্রত্যহ সর্বাধিক যথাক্রমে 5 ঘন্টা ও 6 ঘন্টা কাজ করতে সক্ষম। প্রত্যহ প্রত্যেক প্রকারের পণ্য কত একক করে উৎপাদন করলে সংস্থাটির মুনাফা সর্বাধিক হবে- তার জন্য একটি রৈখিক প্রোগ্রামবিধি সমস্যা গঠন করো এবং সমস্যাটি লৈখিক পদ্ধতিতে সমাধান করো।

www.careerindia.com

*****