Serial Number

E-219

Roll No.

हायर सेकेण्डरी मुख्य परीक्षा - 2022

Higher Secondary Examination (Main) - 2022

उच्च गणित

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Total Questions : 23	Total Printed Pages : 16	Time : 3 Hours	Maximum Marks : 80

निर्देश :

(i) सभी प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।

(ii) प्रश्न क्रमांक **1** से **5** तक के प्रत्येक उपप्रश्न पर **1-1** अंक निर्धारित हैं ।

(iii) प्रश्न क्रमांक **6** से **15** तक प्रत्येक **2** अंक का है।

(iv) प्रश्न क्रमांक **16** से **19** तक प्रत्येक **3** अंक का है।

(v) प्रश्न क्रमांक **20** से **23** तक प्रत्येक **4** अंक का है।

Instructions :

(i) All the questions are **compulsory**.

(ii) Subquestions of Question Nos. **1** to **5** carry **1** mark each.

(iii) Question Nos. **6** to **15** carry **2** marks each.

(iv) Question Nos. **16** to **19** carry **3** marks each.

(v) Question Nos. **20** to **23** carry **4** marks each.

1 सही विकल्प चुनकर लिखिए : $1 \times 6 = 6$

(i) gof ज्ञात करने पर इसका मान है, यदि $f(x) = 8x^3$ तथा $g(x) = \frac{1}{x^3}$

(A) $8x^3$

(B) $512x^3$

(C) $\frac{1}{512x^9}$

(D) $2x$

(ii) यदि $\sin^{-1}x = y$, तो

(A) $0 \le y \le \pi$

(B) $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$

(C) $0 < y < \pi$

(D) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii) 3×3 कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल कितनी संख्या होगी जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि 0 या 1 है ?

(A) 27

(B) 18

(C) 81

(D) 512

(iv) $x = at^2$ तथा $y = 2at$ हैं, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान है :

(A) t

(B) t^2

(C) $\frac{1}{t}$

(D) $\frac{1}{t^2}$

(v) अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ का समाकलन गुणक है :

(A) e^{-x}

(B) e^{-y}

(C) $\frac{1}{x}$

(D) x

(vi) यदि A एक 3×3 कोटि का वर्ग आव्यूह है, तो $|KA|$ का मान है :

(A) $K|A|$

(B) $K^3|A|$

(C) $K^2|A|$

(D) $3K|A|$

Choose and write the correct options :

(i) If $f(x)=8x^3$ and $g(x)=\frac{1}{x^3}$, then the value of gof is :

(A) $8x^3$

(B) $512x^3$

(C) $\frac{1}{512x^9}$

(D) $2x$

(ii) If $\sin^{-1}x=y$, then :

(A) $0 \le y \le \pi$

(B) $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$

(C) $0 < y < \pi$

(D) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

(iii) The number of all possible matrices of order 3 × 3 which each entry 0 or 1 is :

(A) 27 (B) 18

(C) 81 (D) 512

(iv) If $x = at^2$ and $y = 2at$, then the value of $\frac{dy}{dx}$ is :

(A) t (B) t^2

(C) $\frac{1}{t}$ (D) $\frac{1}{t^2}$

(v) Integrating factor of differential equation $x\frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ is :

(A) e^{-x} (B) e^{-y}

(C) $\frac{1}{x}$ (D) x

(vi) Let A be a square matrix of order 3 × 3, then $|KA|$ is equal to :

(A) $K|A|$ (B) $K^3|A|$

(C) $K^2|A|$ (D) $3K|A|$

2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए : 1×7=7

(i) समुच्चय $A=\{4, 5, 6\}$ में अवयव $(4, 5)$ वाले तुल्यता संबंधों की संख्या ________ है ।

(ii) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$ ________.

(iii) यदि A व B दो स्वतंत्र घटनाएँ हों, तो $P(A \cap B)=$ ________.

(iv) $x \geq 0$ का ग्राफ ________ चतुर्थांश में स्थित है ।

(v) सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & \omega \\ \omega & -\omega \end{vmatrix}$ का मान ________ है ।

(vi) यदि $y = x + \log_e x$ है, तब $\frac{dy}{dx}$ = ________.

(vii) दो समतलों $2x + 3y + 4z = 4$ और $4x + 6y + 8z = 12$ के मध्य की दूरी ________ है ।

Fill in the blanks :

(i) In set $A=\{4, 5, 6\}$, number of equivalence relations containing $(4, 5)$ is ________.

(ii) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$ ________.

(iii) If A and B are independent events, then $P(A \cap B)=$ ________.

(iv) The graph of $x \geq 0$ is situated at ________ quadrant.

(v) Value of determinant $\begin{vmatrix} 1 & \omega \\ \omega & -\omega \end{vmatrix}$ is ________.

(vi) If $y = x + \log_e x$, then $\frac{dy}{dx}$ = ________.

(vii) Difference between two planes $2x + 3y + 4z = 4$ and $4x + 6y + 8z = 12$ is ________.

3 सही जोड़ी बनाइये : 1×6=6

Match the correct pairs :

स्तम्भ 'अ' Column 'A'	स्तम्भ 'ब' Column 'B'
(i) $\int\sqrt{x^2-a^2}\,dx=$	(a) $\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}+c$
(ii) $\int\sqrt{x^2+a^2}\cdot dx=$	(b) $\frac{1}{2a}\log\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\|+c$
(iii) $\sqrt{a^2-x^2}\,dx=$	(c) $\frac{x}{2}\sqrt{x^2-a^2}-\frac{a^2}{2}\log\left\|x+\sqrt{x^2-a^2}\right\|+c$
(iv) $\int\frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=$	(d) $\frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}+c$
(v) $\int\frac{dx}{x^2+a^2}=$	(e) $\frac{x}{2}\sqrt{x^2+a^2}+\frac{a^2}{2}\log\left\|x+\sqrt{x^2+a^2}\right\|+c$
(vi) $\int\frac{dx}{a^2-x^2}=$	(f) $\sin^{-1}\frac{x}{a}+c$
	(g) $\frac{1}{2a}\log\left\|\frac{a-x}{a+x}\right\|+c$

4 प्रत्येक का एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए : 1×7=7

(i) इष्टमान फलन क्या है ?

(ii) एक लीप वर्ष में 53 शुक्रवार आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

(iii) $\int_{0}^{\pi/2} \cos x dx$ का मान क्या है ?

(iv) $\int \log x dx$ का मान क्या है ?

(v) रिक्त संबंध की परिभाषा लिखिए ।

(vi) x, y और z–अक्षों की दिक्–कोसाइन लिखिए ।

(vii) यदि $P(A)=2, P(A\cap B)=1$ तब $P(B/A)$ का मान क्या है ?

Give answers in one word / sentence each :

(i) What is the optimal value function ?

(ii) What is the chance that leap year will contain 53 Friday ?

(iii) What is the value of $\int_{0}^{\pi/2} \cos x dx$?

(iv) What is the value of $\int \log x dx$?

(v) Write definition of Empty relation.

(vi) Write direction cosines of x, y and z-axes.

(vii) If $P(A)=2, P(A\cap B)=1$, then what is the value of $P(B/A)$?

5 निम्नलिखित कथनों में सत्य / असत्य लिखिए : 1×6=6

(i) $\frac{d}{dx}\tan x$ का मान $\sec x \tan x$ है ।

(ii) अभिलंब रूप में समतल का समीकरण $lx+my+nz=d$ है ।

(iii) समतल $2x-y+4z=5$ और $5x-2.5y+10z=6$ परस्पर समान्तर हैं ।

(iv) किन्हीं दो सदिशों $\vec{a}$ एवं $\vec{b}$ के लिये सदैव $\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right| \geq \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$

(v) सदिश गुणनफल क्रम विनिमेय होता है ।

(vi) $\hat{i}\cdot(\hat{j}\times\hat{k})+\hat{j}\cdot(\hat{i}\times\hat{k})+\hat{k}\cdot(\hat{i}\times\hat{j})$ का मान 1 है ।

Write true or false in the following statements :

(i) The value of $\frac{d}{dx}\tan x$ is $\sec x \tan x$.

(ii) Equation of a plane in normal form is $lx+my+nz=d$.

(iii) The planes $2x-y+4z=5$ and $5x-2.5y+10z=6$ are parallel.

(iv) For any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, we always have $\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right| \geq \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$

(v) The vector product is commutative.

(vi) The value of $\hat{i}\cdot(\hat{j}\times\hat{k})+\hat{j}\cdot(\hat{i}\times\hat{k})+\hat{k}\cdot(\hat{i}\times\hat{j})$ is 1.

6 वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या $r=3cm$ के सापेक्ष ज्ञात कीजिए । **2**

Find the rate of change of the area of a circle with respect to its radius $r=3cm$.

अथवा / OR

वक्र $y=3x^4-4x$ के $x=4$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए ।

Find the slope of the tangent to the curve $y=3x^4-4x$ at $x=4$.

7 यदि $P(B)=0.5$ और $P(A\cap B)=0.25$, तो $P\left(\frac{A}{B}\right)$ ज्ञात कीजिए । **2**

If $P(B)=0.5$ and $P(A\cap B)=0.25$, then compute $P\left(\frac{A}{B}\right)$.

अथवा / OR

यदि $P(A)=\frac{3}{5}, P(B)=\frac{1}{5}$ और A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो $P(A\cap B)$ की गणना कीजिए ।

If $P(A)=\frac{3}{5}$ and $P(B)=\frac{1}{5}$, calculate $P(A\cap B)$ if A and B are independent events.

8 एक रेखा की दिक्–कोसाइन ज्ञात कीजिए जो निर्देशाक्षों के साथ बराबर कोण बनाती है । **2**

Find the direction cosines of a line which makes equal angles with the coordinate axes.

अथवा / OR

रेखायुग्म $\frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$ तथा $\frac{x-5}{4}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{8}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

Find the angle between pair of lines

$\frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$ and $\frac{x-5}{4}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{8}$

9 निम्नलिखित दी गई रेखाओं l_1 और l_2 : 2

$\overline{r}=\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}+\lambda\left(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k}\right)$ तथा $\overline{r}=3\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}+\mu\left(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k}\right)$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

Find the least distance between the lines given by $\overline{r}=\hat{i}+2\hat{j}-4\hat{k}+\lambda\left(2\hat{i}+3\hat{j}+6\hat{k}\right)$ and $\overline{r}=3\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}+\mu\left(2\hat{i}+3\hat{j}+6k\right)$.

अथवा / OR

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो x, y और z – अंशों पर क्रमशः 2. 3 और 4 अंतः खण्ड काटता है ।

Find the equation of the plane with intercepts 2, 3 and 4 on the x, y and z – axis respectively. https://www.mpboardonline.com

10 सदिश $\overline{PQ}$ के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जहाँ बिंदु P और Q क्रमशः (1, 2, 3) और (4, 5, 6) हैं । 2

Find the unit vector in the direction of vector $\overline{PQ}$, where P and Q are the points (1, 2, 3) and (4, 5, 6) respectively.

अथवा / OR

दो बिन्दुओं को मिलाने वाले सदिश का मध्यबिन्दु ज्ञात कीजिए, जहाँ P (2, 3, 4) तथा Q (4, 1, –2) हैं ।

Find the position vector of the mid point of the vector joining the points P (2, 3, 4) and Q (4, 1, –2).

11 $\int \cos^2 x\, dx$ का मान परिकलित कीजिए । 2

Calculate the value of $\int \cos^2 x\, dx$.

अथवा / OR

$I=\int e^x \cdot \sin x\, dx$ की गणना कीजिए ।

Calculate the value of $I=\int e^x \cdot \sin x\, dx$.

12 समाकलन $\int_2^3 x^5 \cdot dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

Find the value of Integral $\int_2^3 x^5 \cdot dx$.

अथवा / OR

समाकलन $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}} \cdot dx$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of Integral $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}} \cdot dx$.

13 जाँच कीजिए कि समुच्चय $\{1,2,3\}$ में $R=\{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(2,3)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है परन्तु न तो सममित है और न संक्रामक है । 2

Examine that the relation R in the set $\{1,2,3\}$ given by $R=\{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(2,3)\}$ is reflexive but neither symmetric nor transitive.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि $f(x)=x^2$ द्वारा परिभाषित फलन $f:R \rightarrow R$, न तो एकैकी है और न आच्छादक है ।

Show that the function $f:R \rightarrow R$ defined as $f(x)=x^2$, is neither one-one nor onto. https://www.mpboardonline.com

14 यदि $A=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 0 & 2\end{bmatrix}$ एवं $B=\begin{bmatrix}3 & 5\\ 0 & 0\end{bmatrix}$ है, तो AB का मान ज्ञात कीजिए । 2

Find AB, if $A=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 0 & 2\end{bmatrix}$ and $B=\begin{bmatrix}3 & 5\\ 0 & 0\end{bmatrix}$.

अथवा / **OR**

यदि $A=\begin{bmatrix}3 & \sqrt{3} & 2\\ 4 & 2 & 0\end{bmatrix}$, तो सिद्ध कीजिए $(A')'=A.$

If $A=\begin{bmatrix}3 & \sqrt{3} & 2\\ 4 & 2 & 0\end{bmatrix}$, then show that $(A')'=A.$

15 x के सापेक्ष a^x का अवकलन कीजिए, जहाँ a एक धन अचर है । 2

Differentiate a^x with respect to x, where a is positive integer.

अथवा / **OR**

x के सापेक्ष $(\log x)^{\cos x}$ का अवकलन कीजिए ।

Differentiate $(\log x)^{\cos x}$ with respect to x.

16 फलन $\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}\right), 0<x<\pi$ को सरलतम रूप में लिखिए । 3

Write the function $\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}\right), 0<x<\pi$ in the simplest form.

अथवा / **OR**

दर्शाइये कि $\sin^{-1}\frac{3}{5}-\sin^{-1}\frac{8}{17}=\sin^{-1}\frac{13}{85}.$

Prove that $\sin^{-1}\frac{3}{5}-\sin^{-1}\frac{8}{17}=\sin^{-1}\frac{13}{85}.$

17 आव्यूह $B=\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह के रूप में व्यक्त कीजिए । 3

Express the matrix $B=\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ is a symmetric matrix.

अथवा / OR

निम्नलिखित समीकरण से x तथा y के मानों को ज्ञात कीजिए :

Find the values of x and y from the following equation :

$$2\begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 14 \end{bmatrix}$$

18 ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 24 व गुणनफल उच्चतम हो । 3

Find two numbers whose sum is 24 and whose product is as large as possible.

अथवा / OR

वक्र $x^{2/3}+y^{2/3}=2$ के बिन्दु (1, 1) पर स्पर्श रेखा तथा अभिलंब के समीकरण ज्ञात कीजिए ।

Find the equation of the tangent and normal to the curve $x^{2/3}+y^{2/3}=2$ at (1, 1).

19 आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए : 3

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत :

$x + 2y \geq 10$
$3x + 4y \leq 24$
$x \geq 0,\ y \geq 0$

$Z = 200x + 500y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ।

Solve the following linear programming problem graphically :

Minimise $Z = 200x + 500y$

Subject to the constraints :

$x + 2y \geq 10$
$3x + 4y \leq 24$
$x \geq 0,\ y \geq 0$

अथवा / OR

आलेख द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत :

$x + y \leq 50$
$3x + y \leq 90$
$x \geq 0,\ y \geq 0$

$Z = 4x + y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए ।

Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize $Z = 4x + y$

Subject to the constraints :

$x + y \leq 50$
$3x + y \leq 90$
$x \geq 0,\ y \geq 0$

20 निम्नलिखित सारणिक हल कीजिए : $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0$ 4

Solve the following tabular $\begin{vmatrix} x+1 & 3 & 5 \\ 2 & x+2 & 5 \\ 2 & 3 & x+4 \end{vmatrix} = 0$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए : $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

Prove that : $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

21 बिंदु $x=0$ पर फलन $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\cos x}{x^2}; & x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2} \quad , & x=0 \end{cases}$ के सांतत्य पर विचार कीजिए । 4

Discuss the continuity of the function f given by

$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\cos x}{x^2}; & x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2} \quad , & x=0 \end{cases}$ at $x=0$.

अथवा / OR

$\dfrac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए,

यदि $x=a(t+\sin t), y=a(1-\cos t)$

Find the value of $\dfrac{dy}{dx}$,

if $x=a(t+\sin t), y=a(1-\cos t)$.

22 वृत्त $x^2+y^2=a^2$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । **4**

Find the area of the circle $x^2+y^2=a^2$.

अथवा / OR

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

23 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}=e^{x-y}+x\cdot e^{-y}$ हल कीजिये । **4**

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx}=e^{x-y}+x\cdot e^{-y}$.

अथवा / OR

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}=\frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$ हल कीजिये ।

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx}=\frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$.