

Reg. No. :

Name :

SY-57

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, MARCH 2022

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Time : 2½ Hours

Maximum : 80 Scores

Cool-off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a ‘Cool-off time’ of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the ‘Cool-off time’ to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ഉണ്ടായിരിക്കും.
- ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കുട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

PART-I

A. Answer any 4 questions from 1 to 6. Each carries 1 score. (4 × 1 = 4)

1. Let R be the relation in the set of Natural numbers N, given by $R = \{(a, b) : a = b + 2, b \geq 6\}$.

Choose the correct answer :

- (a) $(2, 4) \in R$ (b) $(3, 8) \in R$
(c) $(8, 6) \in R$ (d) $(4, 2) \in R$

2. $\sin^{-1} \sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{3}$
(c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{5\pi}{6}$

3. If $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ is a square matrix, then

- (a) $m < n$ (b) $m > n$
(c) $m = n$ (d) None of these

4. The area enclosed by the curve $y = f(x)$ x-axis, and the lines $x = a$ and $x = b$ is equal to _____.

5. The degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dx} \right) = 0$ is

- (a) 3 (b) 2
(c) 1 (d) Not defined

6. The cartesian equation of line $\vec{r} = (2i + j - k) + \lambda(i + 2j + 3k)$ is _____.

B. Answer all questions from 7 to 10. Each carries 1 score. (4 × 1 = 4)

7. Let A be a square matrix of order 3×3 , then $|kA|$ is equal to

- (a) $k \cdot |A|$ (b) $k^2 \cdot |A|$
(c) $k^3 \cdot |A|$ (d) $3k \cdot |A|$

8. If $y = a^x$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to

- (a) a^x (b) $a^x \cdot \log a$
(c) $\frac{a^x}{\log a}$ (d) $x a^{x-1}$

PART-I

A. 1 മുതൽ 6 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 4 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 1 സ്കോർ വീതം. (4 × 1 = 4)

1. N എന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യാ ഗണത്തിൽ ഉള്ള $R = \{(a, b) : a = b + 2, b \geq 6\}$.
എന്ന ബന്ധത്തിന് ശരിയാകുന്നത് :

(a) $(2, 4) \in R$	(b) $(3, 8) \in R$
(c) $(8, 6) \in R$	(d) $(4, 2) \in R$

2. $\sin^{-1} \sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(a) $\frac{2\pi}{3}$	(b) $\frac{\pi}{3}$
(c) $\frac{\pi}{6}$	(d) $\frac{5\pi}{6}$

3. $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ഒരു സ്ക്വയർ മെട്രിക്സ് ആയാൽ

(a) $m < n$	(b) $m > n$
(c) $m = n$	(d) None of these

4. $y = f(x)$ എന്ന കർവ് x -അക്ഷവും $x = a$, $x = b$ എന്നീ രേഖകളും ചേർന്ന് വരുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\underline{\hspace{2cm}}$ ആകുന്നു.

5. $\left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dx} \right) = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $\underline{\hspace{2cm}}$ ആകുന്നു.

(a) 3	(b) 2
(c) 1	(d) Not defined

6. $\vec{r} = (2i + j - k) + \lambda(i + 2j + 3k)$ എന്ന ലൈനിന്റെ കാർട്ടീഷ്യൻ സമവാക്യമാണ് $\underline{\hspace{2cm}}$.

B. 7 മുതൽ 10 വരെ എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരമെഴുതുക 1 സ്കോർ വീതം. (4 × 1 = 4)

7. A ഒരു 3×3 സ്ക്വയർ മെട്രിക്സ് ആയാൽ $|kA| =$

(a) $k \cdot A $	(b) $k^2 \cdot A $
(c) $k^3 \cdot A $	(d) $3k \cdot A $

8. $y = a^x$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx} =$

(a) a^x	(b) $a^x \cdot \log a$
(c) $\frac{a^x}{\log a}$	(d) $x a^{x-1}$

PART-III

A. Answer any 3 questions from 19 to 23. Each carries 4 scores. (3 × 4 = 12)

19. Consider the function $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defined by $f(x) = 4x + 3$.
- (a) Show that f is bijective. (2)
 - (b) Also find the inverse of the function. (2)

20. (a) If $xy < 1$, then $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)

- (b) Show that $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$ (3)

21. Find the intervals in which the function $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ is :
- (a) Strictly increasing (2)
 - (b) Strictly decreasing (2)

22. Evaluate :
- (a) $\int \frac{1}{x^2 - 16} dx$ (2)
 - (b) $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1 + x^2} dx$ (2)

23. Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = 9x$, $x = 2$, $x = 4$ and the x -axis in the first quadrant. (4)

B. Answer any 1 question from 24 to 25. Each carries 4 scores. (1 × 4 = 4)

24. Let $*$ be a binary operation on the set Q of rational numbers define by

$$a * b = \frac{ab}{4}$$

- (a) Is $*$ commutative ? Why ? (2)
- (b) Check whether $*$ is associative ? (1)
- (c) Find the identity element if it exists. (1)

25. Using properties of determinants prove that

$$\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)$$

PART-III

A. 19 മുതൽ 23 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം. (3 × 4 = 12)

19. $f(x) = 4x + 3$ എന്ന് നിർവചിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ള $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ പരിഗണിക്കുക.
 (a) f ബൈജക്ടീവ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)
 (b) f ന്റെ ഇൻവേഴ്സ് ഫംഗ്ഷനും കണ്ടെത്തുക. (2)
20. (a) If $xy < 1$, then $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)
 (b) $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)
21. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ :
 (a) സ്ക്രിക്ട്ലി ഇൻക്രീസിംഗ് (2)
 (b) സ്ക്രിക്ട്ലി ഡിക്രീസിംഗ് ആകുന്ന ഇന്റർവലുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)
22. Evaluate :
 (a) $\int \frac{1}{x^2 - 16} dx$ (2)
 (b) $\int_0^1 \frac{\tan^{-1} x}{1 + x^2} dx$ (2)
23. $y^2 = 9x$ എന്ന കർവ്വും $x = 2$, $x = 4$ x -axis എന്നിവയും കൂടിച്ചേർന്ന് ഒന്നാം quadrant ൽ വരുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടെത്തുക.

B. 24 മുതൽ 25 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 1 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ. (1 × 4 = 4)

24. Q എന്ന ഭിന്നക സംഖ്യാ ഗണത്തിലെ $*$ എന്ന ബൈനറി ഓപ്പറേഷനാണ് $a * b = \frac{ab}{4}$
 (a) $*$ കമ്മ്യൂട്ടേറ്റീവ് ആണോ ? എന്തുകൊണ്ട് ? (2)
 (b) $*$ അസോസിയേറ്റീവ് ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (1)
 (c) ഐഡൻറിറ്റി എലമെന്റ് ഉണ്ടെങ്കിൽ കണ്ടെത്തുക. (1)
25. ഡിറ്റർമിനന്റുകളുടെ പ്രത്യേകതകൾ ഉപയോഗിച്ച് തെളിയിക്കുക.

$$\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)$$

PART-IV

A. Answer any 3 questions from 26 to 29. Each carries 6 scores. (3 × 6 = 18)

26. Using matrix method, solve the system of Linear equations :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

27. (a) Examine the continuity of the function :

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 3 & \text{if } x \leq 2 \\ x^2 + 1 & \text{if } x > 2 \end{cases} \quad (2)$$

(b) Differentiate $\cos \sqrt{x}$ w.r.t. x . (2)

(c) Find $\frac{dy}{dx}$ if (2)

$$x^2 + xy + y^2 = 100$$

28. (a) Form the differential equation representing the family of curves $y = mx$, where 'm' is arbitrary constant. (2)

(b) Find the general solution of the differential equation : (4)

$$\frac{dy}{dx} = (1 + x^2)(1 + y^2)$$

29. If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + k$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, then

(a) Find $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$. (2)

(b) Evaluate : $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$. (2)

(c) Evaluate : $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$. (2)

B. Answer any 2 questions from 30 to 32. Each carries 6 scores. (2 × 6 = 12)

30. (a) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x^y = y^x$ (3)

(b) If $y = \sin^{-1} x$, then prove that $(1 - x^2) \cdot \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$ (3)

31. (a) Using differentials find the appropriate value of $\sqrt{25.3}$. (3)

(b) Find the maximum profit that a company can make, if the profit function is given by $p(x) = 41 + 72x - 18x^2$. (3)

PART-IV

A. 26 മുതൽ 29 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. (3 × 6 = 18)

26. മെട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് താഴെ പറയുന്ന രേഖീയ സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം കണ്ടെത്തുക :

$$\begin{aligned} 3x - 2y + 3z &= 8 \\ 2x + y - z &= 1 \\ 4x - 3y + 2z &= 4 \end{aligned}$$

27. (a) $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3 & \text{if } x \leq 2 \\ x^2 + 1 & \text{if } x > 2 \end{cases}$
 എന്ന ഫംഗ്ഷന്റെ കണ്ടിന്യൂറ്റി പരിശോധിക്കുക. (2)

(b) $\cos \sqrt{x}$ നെ x അടിസ്ഥാനമാക്കി ഡിഫറൻഷ്യേറ്റ് ചെയ്യുക. (2)

(c) $x^2 + xy + y^2 = 100$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടെത്തുക. (2)

28. (a) $y = mx$ എന്ന വക്രങ്ങളെ (curves) സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക. 'm' എന്നത് ഒരു പൊതു സ്ഥിരസംഖ്യ (arbitrary constant) ആണ്. (2)

(b) $\frac{dy}{dx} = (1 + x^2)(1 + y^2)$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പൊതു പരിഹാരം കണ്ടെത്തുക. (4)

29. $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ യും $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ യും ആയാൽ

(a) $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ എന്നിവ കണ്ടെത്തുക. (2)

(b) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ വില കണ്ടെത്തുക. (2)

(c) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$ കണ്ടെത്തുക. (2)

B. 30 മുതൽ 32 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. (2 × 6 = 12)

30. (a) $x^y = y^x$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടെത്തുക. (3)

(b) $y = \sin^{-1} x$ ആയാൽ $(1 - x^2) \cdot \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

31. (a) $\sqrt{25.3}$ യുടെ ഏകദേശ വില ഡിഫറൻഷ്യൽസ ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക. (3)

(b) $p(x) = 41 + 72x - 18x^2$ എന്നത് ഒരു കമ്പനിയുടെ ലാഭത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഫംഗ്ഷൻ ആണെങ്കിൽ കമ്പനിയുടെ പരമാവധി ലാഭം കണ്ടെത്തുക. (3)

32. Consider the following lines :

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$

(a) Find the angle between the lines. (2)

(b) Find the Shortest Distance (SD) between lines. (4)

PART-V

Answer any 2 questions from 33 to 35. Each carries 8 scores. (2 × 8 = 16)

33. (a) Construct the matrix $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ whose $a_{ij} = 2i - j$. (2)

(b) Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrices. (6)

34. Consider the LPP

$$\text{Maximize } Z = 4x + y$$

Subject to

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Solve this LPP graphically.

35. (a) If $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$ and $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$, then find $P(A \cup B)$ and $P(A/B)$. (3)

(b) A random variable X has the following probability distribution. (5)

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	k	2k	2k	k

Determine k and hence evaluate $P(X < 3)$ and $P(X \geq 2)$.

32. $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$
 $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$

എന്നീ രേഖകളെ പരിഗണിക്കുക.

(a) രേഖകൾക്കിടയിലെ കോണളവ് കണ്ടെത്തുക. (2)

(b) രേഖകൾക്കിടയിലെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ അകലം കണ്ടെത്തുക. (4)

PART-V

33 മുതൽ 35 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 2 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.
 8 സ്കോർ വീതം. (2 × 8 = 16)

33. (a) $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ എന്ന മെട്രിക്സിൽ $a_{ij} = 2i - j$ ആയാൽ മെട്രിക്സ് നിർമ്മിക്കുക. (2)

(b) $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിനെ ഒരു സിമ്മട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. (6)

34. Maximize $Z = 4x + y$
 Subject to

$$\begin{aligned} x + y &\leq 50 \\ 3x + y &\leq 90 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

എന്ന LPP യുടെ പരിഹാരം ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക.

35. (a) $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$, $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ ആയാൽ $P(A \cup B)$ യും $P(A/B)$ യും കണ്ടെത്തുക. (3)

(b) X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ താഴെ പറയുന്നു: (5)

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	k	2k	2k	k

k യുടെ വില കണ്ടെത്തി $P(X < 3)$ യുടെ വിലയും $P(X \geq 2)$ യുടെ വിലയും കണ്ടെത്തുക.

