

Total No. of Questions : 40]

Code No. **35**

Total No. of Printed Pages : 16]

March, 2011

MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

Time : 3 Hours 15 Minutes]

[Max. Marks : 100

(Kannada Version)

- ಸೂಚನೆ : i) ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ **A, B, C, D** ಮತ್ತು **E** ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.
- ii) ವಿಭಾಗ - **A** ಗೆ 10 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **B** ಗೆ 20 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **C** ಗೆ 40 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **D** ಗೆ 20 ಅಂಕಗಳು ಮತ್ತು ವಿಭಾಗ - **E** ಗೆ 10 ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ವಿಭಾಗ - A

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

10 × 1 = 10

1. $6x \equiv 3 \pmod{15}$ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ಪರಸ್ಪರ ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲದ ಎಷ್ಟು ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ ?
2. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ, $A + A'$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣ R ನಲ್ಲಿ * ಕ್ರಿಯೆಯ ವ್ಯಾಖ್ಯೆ $a * b = a + b + 5, \forall a, b \in R$ ಆಗಿದೆ. ಈ * ಕ್ರಿಯೆಯು ದ್ವಿಮಾನ ಕ್ರಿಯೆಯೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

[Turn over

4. $\vec{AB} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{OA} = \hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ ಆದರೆ, B ನ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. $P(1, 1)$ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ $3x^2 + 3y^2 + 6x + 9y - 2 = 0$ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆಯಲ್ಪಟ್ಟ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6. $y = mx + c$ ಸರಳರೇಖೆಯು $y^2 = 4ax$ ಪರವಲಯಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾದರೆ, ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಕಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
7. $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
8. $e^{i\pi}$ ನ ಊಹ್ಯ ಭಾಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
9. $y = \sin(2 \sin^{-1} x)$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
10. $\int_0^{\pi/2} \sec^2 x \, dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - B

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

10 × 2 = 20

11. $a \mid bc$ ಮತ್ತು a ಮತ್ತು b ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. (G.C.D.) 1 ಆದರೆ, $a \mid c$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

12. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ಆದಾಗ, AB' ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

13. $G = \{ 1, \omega, \omega^2 \}$, ω ವು ಏಕತೆಯ ಘನಮೂಲವಾಗಿದೆ. ಗುಣಾಕಾರ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲಿ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ω^2 ರ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
14. $(G, *)$ ಸಂಕುಲದಲ್ಲಿ $(a * b)^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$, $\forall a, b \in G$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
15. $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ ಮತ್ತು $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶಗಳಾದ ಬಿಂದುಗಳು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರು ಶೃಂಗಗಳೆಂದು ತೋರಿಸಿ.
16. $(5, -7)$ ಮತ್ತು $(7, -5)$ ಬಿಂದುಗಳು ವ್ಯಾಸದ ತುದಿಗಳಾಗಿವೆ, ವೃತ್ತದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
17. $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$; $-1 \leq x \leq 1$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
18. $x = \cos A + i \sin A$, $y = \cos B + i \sin B$ ಆದರೆ, $xy - \frac{1}{xy} = 2i \sin(A + B)$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
19. $y = \tan^{-1} \left[\sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} \right]$ ಆದರೆ, $\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
20. $y^2 = 3 - 4x$ ವಕ್ರರೇಖೆಗೆ ಸ್ಪರ್ಶರೇಖೆಯು, $2x + y - 2 = 0$ ಸರಳರೇಖೆಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾದಾಗ, ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[Turn over

21. $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22. ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಓಟವು m ಆಗಿದ್ದು, ಮೂಲಬಿಂದುವಿನ (Origin) ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಎಲ್ಲಾ ಸರಳರೇಖೆಗಳ ಸಮೂಹದ ಅವಕಲ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು (ಡಿಫರೆನ್ಷಿಯಲ್ ಈಕ್ವೇಷನ್) ರೂಪಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ - C

I. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : 3 × 5 = 15

23. a) 189 ಮತ್ತು 243 ರ ಮಹತ್ತರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವನ್ನು (G.C.D.) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$m, n \in \mathbb{Z}$ ಆದಾಗ, ಅದನ್ನು $189m + 243n$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ. 3

b) 2000 ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಎಲ್ಲಾ ಧನಾತ್ಮಕ ವಿಭಾಜಕಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2

24. a)
$$\begin{vmatrix} 1 & ab & a+b \\ 1 & bc & b+c \\ 1 & ca & c+a \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$
 ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b) ಕ್ರೇಮರನ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

$$x - 2y = 8 \text{ ಮತ್ತು } 2x - y = 7. \quad 2$$

25. $\mathcal{Q} - \{-1\}$, -1 ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣವಾಗಿದ್ದು, * ದ್ವಿಪಾಸ

ಕ್ರಿಯೆಯು $\mathcal{Q} - \{-1\}$ ಮೇಲಿನ $a * b = a + b + ab$, $\forall a, b \in \mathcal{Q} - \{-1\}$

ಆದಾಗ, $(\mathcal{Q} - \{-1\}, *)$ ಒಂದು ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಸಂಕುಲ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 5

26. a) $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ಮತ್ತು

$\vec{c} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k}$ ಆದರೆ, \vec{a} ಮತ್ತು \vec{b} ಗಳಿಗೆ ಸಮತಲವಾಗಿ ಮತ್ತು \vec{c} ಗೆ
ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಏಕ ಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) $A \equiv (2, -3, 6)$ ಮತ್ತು $B \equiv (3, -1, -6)$ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶಗಳಾಗಿರುವ \vec{AB}
ಸದಿಶದ ದಿಶಾ ಕೊಸೈನ್‌ಗಳನ್ನು (ಡೈರೆಕ್ಷನ್ ಕೊಸೈನ್) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

II. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : $2 \times 5 = 10$

27. a) $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು

$x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ ವೃತ್ತಗಳ ಮೂಲಾಕ್ಷದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು
ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಮೂಲಾಕ್ಷವು ವೃತ್ತಗಳ ಕೇಂದ್ರ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು
ಸೇರಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. 3

b) $(2, 1)$ ಬಿಂದುವು ಕೇಂದ್ರವಾಗುಳ್ಳ ಮತ್ತು $3x + 4y - 5 = 0$ ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು
ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ವೃತ್ತದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

28. a) $16x^2 + 9y^2 + 32x - 36y - 92 = 0$ ಶಂಕುಜದ ನಾಭಿಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) $y^2 = 4ax$ ಪರವಲಯದ ಮೇಲಿನ (x_1, y_1) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಅದರ ನಾಭಿ
 $(a, 0)$ ಗೆ ಇರುವ ದೂರವು $x_1 + a$ ಆಗಿರುತ್ತದೆಂದು ತೋರಿಸಿ. 2

29. a) $\cos^{-1} x - \sin^{-1} x = \cos^{-1} (x\sqrt{3})$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ. 3

b) $\tan^2 x - 4 \sec x + 5 = 0$ ರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

[Turn over

III. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

3 × 5 = 15

30. a) ಮೂಲತತ್ವದಿಂದ x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\operatorname{cosec}(4x)$ ಅನ್ನು ಅವಕಲಿಸಿ. 3

b) $y = (\tan x)^{\sin^{-1} x}$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

31. a) $\cos^{-1} \left[\frac{1-x^2}{1+x^2} \right]$ ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)$ ಅನ್ನು ಅವಕಲಿಸಿ. 3

b) $y = x(x^2 - 4)$ ಮತ್ತು $y = 2x^2 - 3x - 2$ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಭೇದನದಲ್ಲಿ ಏರ್ಪಟ್ಟ ಕೋನವನ್ನು $(1, -3)$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

32. a) $y = \sin(m \tan^{-1} x)$ ಆದಾಗ,

$(1+x^2)^2 y_2 + 2x(1+x^2) y_1 + m^2 y = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 8}$ ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

33. a) $\int \frac{x-1}{(x-2)(x-3)} dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) $\int \frac{3x}{1+2x^4} dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

34. ಅನುಕಲನ ವಿಧಾನದಿಂದ $x^2 + y^2 = a^2$ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 5

ವಿಭಾಗ - D

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

2 × 10 = 20

35. a) ದೀರ್ಘವೃತ್ತವನ್ನು ಒಂದು ಬಿಂದುಪಥವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಆದರ್ಶ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b$) ರೂಪದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 6

b) $A = \begin{bmatrix} 10 & -7 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ, ಕೇಲಿ-ಹ್ಯಾಮಿಲ್ಟನ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ A^{-1} ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

36. a) n ನ ಎಲ್ಲಾ ಪರಿಮೇಯ ಸೂಚಕಾಂಕಗಳಿಗೆ ಡಿ ಮೋಯ್‌ವೆ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ. 6

b) $\tan x + \sec x = \sqrt{3}$ ಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

37. a) 170 ಸೆಂ.ಮೀ. ಎತ್ತರವಿರುವ ಮನುಷ್ಯನು 4 ಮೀ./ಸೆಕೆಂಡ್ ವೇಗದಲ್ಲಿ ಕ್ಷಿತಿಜಾಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಒಂದು ದೀಪದ ಕಂಬದಿಂದ ದೂರ ನಡೆಯುವನು. 8.5 ಮೀ. ಎತ್ತರದ ಕಂಬದ ದೀಪದಿಂದ ಕ್ಷಿತಿಜಾಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾಗುವ

i) ಆತನ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದದ ಬದಲಾವಣೆಯ ದರ ಮತ್ತು

ii) ಆತನ ನೆರಳಿನ ತುದಿಯ ಚಲನೆಯ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 6

b) ಸದಿಶ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು, ಯಾವುದೇ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. } 4$$

38. a) $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \cos x} dx = \frac{\pi^2}{4}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. 6

b) $(2y - 1) dx - (2x + 3) dy = 0$ ಈ ಅವಕಲ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

| Turn over

ವಿಭಾಗ - E

1 × 10 = 10

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

39. a) $\sqrt{3} + i$ ನ ಘನ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇವುಗಳನ್ನು ಆರ್ಗಾಂಡ್ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿ. 4

b) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ ಮತ್ತು $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$ ವೃತ್ತಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

c) ಸಮಶೀರ್ಷೀಯತೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ $32 \times 127 \times 44$ ನ್ನು 7 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ಶೇಷವು ಕನಿಷ್ಠ ಧನಾತ್ಮಕವಾಗಿರಬೇಕು)

2

40. a) ಒಂದು ಆಯತದ ನಾಲ್ಕು ಬದಿಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸ್ಥಿರವಾಗಿದೆ. ಆ ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಗರಿಷ್ಠವಾಗಬೇಕಾದರೆ ಅದು ಚೌಕವಾಗಿರಬೇಕೆಂದು ತೋರಿಸಿ. 4

b) $\int \tan^4 x \, dx$ ವ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

c) $y = \log_6 \sqrt{\cos x}$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

(English Version)

Instructions : i) The question paper has *five Parts - A, B, C, D and E.*
Answer all the parts.

ii) **Part - A** carries 10 marks, **Part - B** carries 20 marks,
Part - C carries 40 marks, **Part - D** carries 20 marks and
Part - E carries 10 marks.

PART - A

Answer all the ten questions :

10 × 1 = 10

1. Find the number of incongruent solutions of $6x \equiv 3 \pmod{15}$.
2. If $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, find $A + A'$.
3. On R [the set of all real numbers] an operation $*$ is defined by
 $a * b = a + b + 5, \forall a, b \in R$. Examine whether $*$ is a binary operation
or not.
4. If $\vec{AB} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k}$ and $\vec{OA} = \hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$, find the position vector
of B .

[Turn over

5. Find the length of the tangent to the circle $3x^2 + 3y^2 + 6x + 9y - 2 = 0$ from the point $P(1, 1)$.
6. If $y = mx + c$ touches the parabola $y^2 = 4ax$, then write the coordinates of the point of contact.
7. Evaluate : $\sin \left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \right]$.
8. Find the imaginary part of $e^{i\pi}$.
9. If $y = \sin (2 \sin^{-1} x)$, find $\frac{dy}{dx}$.
10. Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \, dx$.

PART - B

Answer any ten questions :

 $10 \times 2 = 20$

11. If $a|bc$ and the G.C.D. of a and b is 1, then prove that $a|c$.
12. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, find AB' .
13. Construct the multiplication table for $G = \{ 1, \omega, \omega^2 \}$, where ω is a cube root of unity. Find the inverse of ω^2 .

14. Prove that, in a group $(G, *)$, $(a * b)^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$, $\forall a, b \in G$.
15. Show that the points whose position vectors are $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ form a right angled triangle.
16. Find the equation of the circle which is described on the diameter whose end points are $(5, -7)$ and $(7, -5)$.
17. Prove that $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$; $-1 \leq x \leq 1$.
18. If $x = \cos A + i \sin A$, $y = \cos B + i \sin B$, then show that $xy - \frac{1}{xy} = 2i \sin(A + B)$.
19. If $y = \tan^{-1} \left[\sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} \right]$, prove that $\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$.
20. Find the point on the curve $y^2 = 3 - 4x$, where the tangent is parallel to the line $2x + y - 2 = 0$.
21. Evaluate: $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx$.
22. Form the differential equation for the family of straight lines passing through the origin having slope m .

[Turn over]

PART - C

I. Answer any three questions :

 $3 \times 5 = 15$

23. a) Find the G.C.D. of 189 and 243. Express it in the form $189m + 243n$, where $m, n \in \mathbb{Z}$. 3

b) Find the number positive divisors of 2000. 2

24. a) Prove that
$$\begin{vmatrix} 1 & ab & a+b \\ 1 & bc & b+c \\ 1 & ca & c+a \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a).$$
 3

b) Solve by Cramer's Rule : $x - 2y = 8$ and $2x - y = 7$. 2

25. Let $\mathbb{Q} - \{-1\}$ be the set of rational numbers except -1 and $*$ be a binary operation on $\mathbb{Q} - \{-1\}$ defined by $a * b = a + b + ab$, $\forall a, b \in \mathbb{Q} - \{-1\}$. Show that $(\mathbb{Q} - \{-1\}, *)$ is an Abelian group. 5

26. a) Given that the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{c} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k}$, find a unit vector coplanar with \vec{a} and \vec{b} but perpendicular to \vec{c} . 3

b) Find the direction cosines of the vector \vec{AB} , where

$$A \equiv (2, -3, 6) \text{ and } B \equiv (3, -1, -6).$$

2

II. Answer any two questions :

2 × 5 = 10

27. a) Derive the equation of the radical axis of two circles

$$x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0 \text{ and}$$

$$x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0.$$

Also show that the radical axis of the two circles is perpendicular to the line joining their centres. 3

b) Find the equation of the circle having its centre at (2, 1) and touching the line $3x + 4y - 5 = 0$. 2

28. a) Find the foci of the conic $16x^2 + 9y^2 + 32x - 36y - 92 = 0$. 3

b) Show that the distance of any point (x_1, y_1) on the parabola $y^2 = 4ax$ from the focus $(a, 0)$ is $x_1 + a$. 2

29. a) Solve : $\cos^{-1} x - \sin^{-1} x = \cos^{-1} (x\sqrt{3})$. 3

b) Find the general solution of $\tan^2 x - 4 \sec x + 5 = 0$. 2

III. Answer any three of the following questions :

3 × 5 = 15

30. a) Differentiate $\operatorname{cosec} (4x)$ with respect to x , using first principles. 3

b) If $y = (\tan x)^{\sin^{-1} x}$, find $\frac{dy}{dx}$. 2

[Turn over

31. a) Differentiate $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ with respect to $\cos^{-1}\left[\frac{1-x^2}{1+x^2}\right]$. 3

b) Find the angle of intersection of the curves $y = x(x^2 - 4)$ and $y = 2x^2 - 3x - 2$ at $(1, -3)$. 2

32. a) If $y = \sin(m \tan^{-1} x)$, then show that $(1+x^2)^2 y_2 + 2x(1+x^2) y_1 + m^2 y = 0$. 3

b) Evaluate: $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 8}$. 2

33. a) Evaluate: $\int \frac{x-1}{(x-2)(x-3)} dx$. 3

b) Evaluate: $\int \frac{3x}{1+2x^4} dx$. 2

34. Find the area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$ by the method of integration. 5

PART - D

Answer any two of the following questions : $2 \times 10 = 20$

35. a) Define an ellipse as a locus. Derive its equation in standard form $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b)$. 6

b) Find A^{-1} using Cayley-Hamilton theorem if $A = \begin{bmatrix} 10 & -7 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$. 4

36. a) State and prove De Moivre's theorem for all rational values of n . 6

b) Find the general solution of $\tan x + \sec x = \sqrt{3}$. 4

37. a) A man 170 cm tall, walks at the rate of 4 m/sec away from the source of light which is hung 8.5 m above the horizontal ground.

i) How fast is the length of his shadow increasing ?

ii) How fast is the tip of his shadow moving ? 6

b) Prove for any triangle ABC, the sine rule $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ by vector method. 4

38. a) Show that $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \cos x} dx = \frac{\pi^2}{4}$. 6

b) Solve : $(2y - 1) dx - (2x + 3) dy = 0$. 4

PART - E

Answer any one of the following questions : $1 \times 10 = 10$

39. a) Find the cube roots of $\sqrt{3} + i$. Represent them on the Argand diagram. 4

b) Find the length of the common chord of the two intersecting circles $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ and $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$. 4

c) Find the remainder obtained when $32 \times 127 \times 44$ is divided by 7 using the method of congruences.

(The remainder should be least positive) 2

[Turn over

40. a) The sum of the four sides of a rectangle is constant: Show that the

area of the rectangle is maximum when it is a square. 4

b) Evaluate : $\int \tan^4 x \, dx$. 4

c) If $y = \log_6 \sqrt{\cos x}$, find $\frac{dy}{dx}$. 2
