Question Booklet Series

A

M-2022

Subject : MATHEMATICS

2011109989

(Booklet Number)

Duration : **2** Hours

Full Marks : **100**

INSTRUCTIONS

1. All questions are of objective type having four answer options for each.
2. Category-**I**: Carry **1** mark each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ¼ mark will be deducted.
3. Category-**II**: Carry **2** marks each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ½ mark will be deducted.
4. Category-**III**: Carry **2** marks each and one or more option(s) is/are correct. If all correct answers are not marked and no incorrect answer is marked, then score = 2 × number of correct answers marked ÷ actual number of correct answers. If any wrong option is marked or if any combination including a wrong option is marked, the answer will be considered wrong, but there is **no negative marking** for the same and zero mark will be awarded.
5. Questions must be answered on OMR sheet by darkening the appropriate bubble marked A, B, C, or D. Question booklet series code (A, B, C, or D) must be properly marked on the OMR.
6. Use only **Black/Blue ball point pen** to mark the answer by complete filling up of the respective bubbles.
7. Write question booklet number and your roll number carefully in the specified locations of the OMR. Also fill appropriate bubbles.
8. Write your name (in block letter), name of the examination center and put your full signature in appropriate boxes in the **OMR**.
9. The OMR is liable to become invalid if there is any mistake in filling the correct bubbles for question booklet number/roll number or if there is any discrepancy in the name/ signature of the candidate, name of the examination center. The OMR may also become invalid due to folding or putting stray marks on it or any damage to it. The consequence of such invalidation due to incorrect marking or careless handling by the candidate will be sole responsibility of candidate.
10. Candidates are not allowed to carry any written or printed material, calculator, pen, log-table, wristwatch, any communication device like mobile phones etc. inside the examination hall. Any candidate found with such items will be **reported against** and his/her candidature will be summarily cancelled.
11. Rough work must be done on the question paper itself. Additional blank pages are given in the question paper for rough work.
12. Hand over the OMR to the invigilator before leaving the Examination Hall.
13. This paper contains questions in both English and Bengali. Necessary care and precaution were taken while framing the Bengali version. However, if any discrepancy(ies) is /are found between the two versions, the information provided in the English version will stand and will be treated as final.

MATHEMATICS

Category-I (Q. 1 to 50)

(Carry 1 mark each. Only one option is correct. Negative marks – ¼)

1. Under which of the following condition(s) does(do) the system of equations

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & (a-4) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ a \end{pmatrix}$$ possesses(posses) unique solution ?

(A) $\forall a \in \mathbb{R}$ (B) $a = 8$

(C) for all integral values of a (D) $a \neq 8$

নিম্নলিখিত কোন্ শর্তাবলীর অধীনে $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & (a-4) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ a \end{pmatrix}$ সমীকরণগুচ্ছের অনন্য সমাধান থাকবে ?

(A) $\forall a \in \mathbb{R}$ (B) $a = 8$

(C) a-এর সকল পূর্ণসংখ্যা মানের জন্য (D) $a \neq 8$

2. If $\Delta(x) = \begin{vmatrix} x-2 & (x-1)^2 & x^3 \\ x-1 & x^2 & (x+1)^3 \\ x & (x+1)^2 & (x+2)^3 \end{vmatrix}$, then coefficient of x in $\Delta(x)$ is

যদি $\Delta(x) = \begin{vmatrix} x-2 & (x-1)^2 & x^3 \\ x-1 & x^2 & (x+1)^3 \\ x & (x+1)^2 & (x+2)^3 \end{vmatrix}$ হয়, তবে $\Delta(x)$-এ x পদের সহগ হবে

(A) 2 (B) -2 (C) 3 (D) -4

3. If $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & i \end{pmatrix}$ and $A^{2018} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, then $(a + d)$ equals

যদি $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & i \end{pmatrix}$ ও $A^{2018} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ হয়, তবে $(a + d)$-এর মান হবে

(A) $1+i$ (B) 0 (C) 2 (D) 2018

4. Let S, T, U be three non-void sets and $f : S \to T$, $g : T \to U$ and composed mapping $g \cdot f : S \to U$ be defined. Let $g \cdot f$ be injective mapping. Then

(A) f, g both are injective.
(B) neither f nor g is injective.
(C) f is obviously injective.
(D) g is obviously injective.

মনে কর S, T, U তিনটি অশূণ্য সেট এবং $f : S \to T$, $g : T \to U$ ও সংযোজক চিত্রণ $g \cdot f : S \to U$ সংজ্ঞাত করা যায়। যদি $g \cdot f$ একৈক চিত্রণ হয়, তবে

(A) f, g উভয়েই একৈক হবে
(B) f ও g কেউই একৈক চিত্রণ নয়
(C) f অবশ্যই একৈক হবে
(D) g অবশ্যই একৈক হবে

5. If $p = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ is the adjoint of the 3×3 matrix A and $\det A = 4$, then α is equal to

যদি $p = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$, 3×3 ম্যাট্রিক্স A-এর adjoint ম্যাট্রিক্স হয় এবং $\det A = 4$ হয় তবে α-এর মান হবে

(A) 4 (B) 11 (C) 5 (D) 0

6. A, B, C are mutually exclusive events such that $P(A) = \frac{3x+1}{3}$, $P(B) = \frac{1-x}{4}$ and $P(C) = \frac{1-2x}{2}$. Then the set of possible values of x are in

A, B ও C এমন তিনটি পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনা যে $P(A) = \frac{3x+1}{3}$, $P(B) = \frac{1-x}{4}$ এবং $P(C) = \frac{1-2x}{2}$ হয়। সেক্ষেত্রে x-এর সম্ভাব্য মানের সেট হবে

(A) $[0, 1]$ (B) $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right]$ (C) $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$ (D) $\left[\frac{1}{3}, \frac{13}{3}\right]$

7. A determinant is chosen at random from the set of all determinants of order 2 with elements 0 or 1 only. The probability that the determinant chosen is non-zero is

দ্বিতীয় ক্রমের সকল নির্ণায়ক থেকে এমন একটি নির্ণায়ক নেওয়া হল যার প্রতিটি উপাদান কেবল মাত্র 0 অথবা 1। নির্ণায়কটির মান অশূণ্য হওয়ার সম্ভাবনা হবে

(A) $\frac{3}{16}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{5}{8}$

8. For the mapping $f : \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R} - \{2\}$, given by $f(x) = \frac{2x}{x-1}$, which of the following is correct ?

(A) f is one-one but not onto
(B) f is onto but not one-one
(C) f is neither one-one nor onto
(D) f is both one-one and onto

$f : \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R} - \{2\}$ চিত্রণটি এভাবে সজ্ঞাত আছে যে $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ হবে। তবে

(A) f একৈক কিন্তু উপরিচিত্রণ নয়
(B) f উপরিচিত্রণ কিন্তু একৈক নয়
(C) f একৈক-ও নয়, উপরিচিত্রণ-ও নয়
(D) f একৈক ও উপরিচিত্রণ উভয়ই হবে

9. If the algebraic sum of the distances from the points (2, 0), (0, 2) and (1, 1) to a variable straight line be zero, then the line passes through the fixed point

একটি চলমান সরলরেখা থেকে তিনটি বিন্দু (2, 0), (0, 2) ও (1, 1)-এর দূরত্বের বীজগণিতীয় সমষ্টি যদি শূণ্য হয়, তবে ঐ সরলরেখাটি যে নির্দিষ্ট বিন্দুগামী হবে সেটি হল

(A) (–1, 1) (B) (1, –1) (C) (–1, –1) (D) (1, 1)

10. The side AB of ΔABC is fixed and is of length 2a unit. The vertex moves in the plane such that the vertical angle is always constant and is α. Let x-axis be along AB and the origin be at A. Then the locus of the vertex is

ΔABC ত্রিভুজের AB বাহু অনড় ও 2a একক দৈর্ঘ্য সম্পন্ন। শীর্ষ কৌণিক বিন্দুটি ঐ তলে এরূপভাবে চলমান যে শীর্ষকোণটি সর্বদাই ধ্রুবক α হবে। মনে কর ভূমি রেখা AB বরাবর x-অক্ষ রয়েছে ও মূলবিন্দুটি A-তে রয়েছে। সেক্ষেত্রে শীর্ষবিন্দুর সঞ্চারপথ হবে

(A) $x^2 + y^2 + 2ax \sin\alpha + a^2 \cos\alpha = 0$

(B) $x^2 + y^2 - 2ax - 2ay \cot\alpha = 0$

(C) $x^2 + y^2 - 2ax \cos\alpha - a^2 = 0$

(D) $x^2 + y^2 - ax \sin\alpha - ay \cos\alpha = 0$

11. If $(\cot\alpha_1)(\cot\alpha_2) \ldots\ldots (\cot\alpha_n) = 1$, $0 < \alpha_1, \alpha_2, \ldots\ldots \alpha_n < \pi/2$, then the maximum value of $(\cos\alpha_1)(\cos\alpha_2) \ldots\ldots (\cos\alpha_n)$ is given by

$(\cot\alpha_1)(\cot\alpha_2) \ldots\ldots (\cot\alpha_n) = 1$, $0 < \alpha_1, \alpha_2, \ldots\ldots \alpha_n < \pi/2$ হলে

$(\cos\alpha_1)(\cos\alpha_2) \ldots\ldots (\cos\alpha_n)$-এর সর্বোচ্চ মান হবে

(A) $\frac{1}{2^{n/2}}$ (B) $\frac{1}{2^n}$ (C) $\frac{1}{2n}$ (D) 1

12. A line passes through the point (–1, 1) and makes an angle $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ in the positive direction of x-axis. If this line meets the curve $x^2 = 4y - 9$ at A and B, then |AB| is equal to

(A) $\frac{4}{5}$ unit (B) $\frac{5}{4}$ unit (C) $\frac{3}{5}$ unit (D) $\frac{5}{3}$ unit

একটি সরলরেখা (–1, 1) বিন্দুগামী এবং x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সঙ্গে $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ কোণ উৎপন্ন করে। যদি ঐ সরলরেখাটি বক্ররেখা $x^2 = 4y - 9$-কে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে, তবে |AB| হবে

(A) $\frac{4}{5}$ একক (B) $\frac{5}{4}$ একক (C) $\frac{3}{5}$ একক (D) $\frac{5}{3}$ একক

13. Two circles $S_1 = px^2 + py^2 + 2g'x + 2f'y + d = 0$ and $S_2 = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + d' = 0$ have a common chord PQ. The equation of PQ is

দুটি বৃত্ত $S_1 = px^2 + py^2 + 2g'x + 2f'y + d = 0$ ও $S_2 = x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + d' = 0$ -এর একটি সাধারণ জ্যা PQ আছে। তবে PQ-এর সমীকরণ হবে

(A) $S_1 - S_2 = 0$ (B) $S_1 + S_2 = 0$ (C) $S_1 - pS_2 = 0$ (D) $S_1 + pS_2 = 0$

14. If the sum of the distances of a point from two perpendicular lines in a plane is 1 unit, then its locus is

(A) a square (B) a circle

(C) a straight line (D) two intersecting lines

একটি তলে দুটি পরস্পর লম্ব রেখা থেকে ঐ তলের একটি বিন্দুর লম্বদূরত্বদ্বয়ের সমষ্টি হল 1 একক। সেক্ষেত্রে ঐ বিন্দুর সঞ্চারপথ হবে

(A) একটি বর্গক্ষেত্র (B) একটি বৃত্ত

(C) একটি সরলরেখা (D) দুটি পরস্পরছেদী সরলরেখা

15. Let P be a point on (2, 0) and Q be a variable point on $(y-6)^2 = 2(x-4)$. Then the locus of mid-point of PQ is

মনে কর P বিন্দুটির অবস্থান (2, 0) এবং চলমান Q বিন্দুটি $(y-6)^2 = 2(x-4)$ -এর উপরিস্থ। সেক্ষেত্রে PQ-এর মধ্যবিন্দুর সঞ্চারপথ হবে

(A) $y^2 + x + 6y + 12 = 0$
(B) $y^2 - x + 6y + 12 = 0$
(C) $y^2 + x - 6y + 12 = 0$
(D) $y^2 - x - 6y + 12 = 0$

16. AB is a chord of a parabola $y^2 = 4ax$, $(a > 0)$ with vertex A. BC is drawn perpendicular to AB meeting the axis at C. The projection of BC on the axis of the parabola is

(A) a unit
(B) 2a unit
(C) 8a unit
(D) 4a unit

অধিবৃত্ত $y^2 = 4ax$, $(a > 0)$-এর AB একটি জ্যা, অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দু হল A। BC রেখাটি AB-এর উপর লম্ব এবং অক্ষকে C বিন্দুতে ছেদ করে। অধিবৃত্তের অক্ষের উপর BC-এর প্রক্ষেপ হল

(A) a একক
(B) 2a একক
(C) 8a একক
(D) 4a একক

17. Let P(3 sec θ, 2 tan θ) and Q(3sec ϕ, 2 tan ϕ) be two points on $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ such that $\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$, $0 < \theta, \phi < \frac{\pi}{2}$. Then the ordinate of the point of intersection of the normals at P and Q is

মনে কর $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$-এর উপরিস্থ দুটি বিন্দু P(3 sec θ, 2 tan θ) ও Q(3 sec ϕ, 2 tan ϕ) $\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$, $0 < \theta, \phi < \frac{\pi}{2}$। সেক্ষেত্রে P ও Q বিন্দুতে অঙ্কিত অভিলম্বদ্বয়ের ছেদবিন্দুর কোটি হবে

(A) $\frac{13}{2}$
(B) $-\frac{13}{2}$
(C) $\frac{5}{2}$
(D) $-\frac{5}{2}$

18. The equation of the plane through the intersection of the planes $x + y + z = 1$ and $2x + 3y - z + 4 = 0$ and parallel to the x-axis is

তলদ্বয় $x + y + z = 1$ ও $2x + 3y - z + 4 = 0$-এর ছেদসরলরেখার ধারক ও x-অক্ষের সমান্তরাল তলের সমীকরণ হবে

(A) $y + 3z + 6 = 0$ (B) $y + 3z - 6 = 0$ (C) $y - 3z + 6 = 0$ (D) $y - 3z - 6 = 0$

19. The line $x - 2y + 4z + 4 = 0$, $x + y + z - 8 = 0$ intersect the plane $x - y + 2z + 1 = 0$ at the point

$x - 2y + 4z + 4 = 0$ ও $x + y + z - 8 = 0$ তলদ্বয়ের ছেদসরলরেখাটি $x - y + 2z + 1 = 0$ তলকে যে বিন্দুতে ছেদ করে, সেই বিন্দুটি হবে

(A) $(-2, 5, 1)$ (B) $(2, -5, 1)$ (C) $(2, 5, -1)$ (D) $(2, 5, 1)$

20. AB is a variable chord of the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. If AB subtends a right angle at the origin O, then $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}$ equals to

উপবৃত্ত $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$-এর AB একটি চলমান জ্যা। যদি AB সরলরেখা O-মূলবিন্দুতে সমকোণ উৎপন্ন করে, তবে $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}$ হবে

(A) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$ (B) $\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}$ (C) $a^2 + b^2$ (D) $a^2 - b^2$

21. The values of a, b, c for which the function $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(a+1)x+\sin x}{x}, x<0 \\ c, x=0 \\ \dfrac{(x+bx^2)^{1/2}-x^{1/2}}{bx^{1/2}}, x>0 \end{cases}$

is continuous at $x = 0$, are

(A) $a = \frac{3}{2}, b = -\frac{3}{2}, c = \frac{1}{2}$

(B) $a = -\frac{3}{2}, c = \frac{3}{2}$, b is arbitrary non-zero real number.

(C) $a = -\frac{5}{2}, b = -\frac{3}{2}, c = \frac{3}{2}$

(D) $a = -2, b \in \mathbb{R} - \{0\}, c = 0$

a, b, c -এর যেসব মানের জন্য অপেক্ষক $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(a+1)x+\sin x}{x}, x<0 \\ c, x=0 \\ \dfrac{(x+bx^2)^{1/2}-x^{1/2}}{bx^{1/2}}, x>0 \end{cases}$

$x = 0$ বিন্দুতে সন্তত হবে, সেগুলি হল

(A) $a = \frac{3}{2}, b = -\frac{3}{2}, c = \frac{1}{2}$

(B) $a = -\frac{3}{2}, c = \frac{3}{2}$, b যদৃচ্ছ অশূণ্য বাস্তব সংখ্যা

(C) $a = -\frac{5}{2}, b = -\frac{3}{2}, c = \frac{3}{2}$

(D) $a = -2, b \in \mathbb{R} - \{0\}, c = 0$

22. Let $f(x) = a_0 + a_1 |x| + a_2 |x|^2 + a_3 |x|^3$, where a_0, a_1, a_2, a_3 are real constants. Then $f(x)$ is differentiable at $x = 0$

(A) whatever be a_0, a_1, a_2, a_3.

(B) for no values of a_0, a_1, a_2, a_3.

(C) only if $a_1 = 0$

(D) only if $a_1 = 0, a_3 = 0$

মনে কর $f(x) = a_0 + a_1 |x| + a_2 |x|^2 + a_3 |x|^3$, যেখানে a_0, a_1, a_2, a_3 বাস্তব ধ্রুবক। তবে $f(x)$ অপেক্ষকটি $x = 0$ বিন্দুতে অন্তরকলনযোগ্য হবে

(A) a_0, a_1, a_2, a_3-এর যে কোন মানের জন্য

(B) a_0, a_1, a_2, a_3-এর কোন মানের জন্যই নয়

(C) কেবলমাত্র যদি $a_1 = 0$ হয়

(D) কেবলমাত্র যদি $a_1 = 0, a_3 = 0$ হয়

23. If $y = e^{\tan^{-1}x}$ then

যদি $y = e^{\tan^{-1}x}$ হয়, তবে

(A) $(1 + x^2)y_2 + (2x - 1)y_1 = 0$

(B) $(1 + x^2)y_2 + 2xy = 0$

(C) $(1 - x^2)y_2 - y_1 = 0$

(D) $(1 + x^2)y_2 + 3xy_1 + 4y = 0$

24. Domain of $y = \sqrt{\log_{10}\frac{3x - x^2}{2}}$ is

$y = \sqrt{\log_{10}\frac{3x - x^2}{2}}$ অপেক্ষকের সংজ্ঞার অঞ্চল হবে

(A) $x < 1$

(B) $2 < x$

(C) $1 \le x \le 2$

(D) $2 < x < 3$

25. $\lim_{x \to 0}\left(\frac{1}{x}\ln\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)$ is

(A) ½

(B) 0

(C) 1

(D) does not exist / -এর অস্তিত্ব নেই

26. Let $f:[a, b] \to \mathbb{R}$ be continuous in [a, b], differentiable in (a, b) and f(a) = 0 = f(b). Then

(A) there exists at least one point $c \in (a, b)$ for which $f'(c) = f(c)$

(B) $f'(x) = f(x)$ does not hold at any point of (a, b)

(C) at every point of (a, b), $f'(x) > f(x)$

(D) at every point of (a, b), $f'(x) < f(x)$

$f:[a, b] \to \mathbb{R}$, [a, b]-তে সন্তত, (a, b)-তে অন্তরকলনযোগ্য এবং f (a) = 0 = f(b) । সেক্ষেত্রে

(A) অন্তত একটি বিন্দু $c \in (a, b)$ -এর অস্তিত্ব আছে যেক্ষেত্রে $f'(c) = f(c)$

(B) (a, b)-এর কোন বিন্দুতেই $f'(x) = f(x)$ হবে না

(C) (a, b)-এর প্রতিটি বিন্দুতে $f'(x) > f(x)$ হবে

(D) (a, b)-এর প্রতিটি বিন্দুতে $f'(x) < f(x)$ হবে

27. $I = \int \cos(\ln x)\, dx$. Then I =

$I = \int \cos(\ln x)\, dx$, সেক্ষেত্রে I =

(A) $\frac{x}{2}\{\cos(\ln x) + \sin(\ln x)\} + c$

(B) $x^2\{\cos(\ln x) - \sin(\ln x)\} + c$

(C) $x^2 \sin(\ln x) + c$

(D) $x \cos(\ln x) + c$

(c denotes constant of integration) / (c সমাকলনের যদৃচ্ছ ধ্রুবক বুঝায়)

28. Let f be derivable in [0, 1], then

(A) there exists $c \in (0, 1)$ such that $\int_0^c f(x)\, dx = (1 - c)\, f(c)$

(B) there does not exist any point $d \in (0, 1)$ for which $\int_0^d f(x)\, dx = (1 - d)\, f(d)$

(C) $\int_0^c f(x)\, dx$ does not exist, for any $c \in (0, 1)$

(D) $\int_0^c f(x)\, dx$ is independent of c, $c \in (0, 1)$

মনে কর f, [0, 1]-এ অন্তরকলনযোগ্য। সেক্ষেত্রে

(A) (0, 1)-এ এমন c বিন্দুর অস্তিত্ব আছে যে $\int_0^c f(x)\, dx = (1 - c)\, f(c)$ হয়

(B) এমন কোন $d \in (0, 1)$ -এর অস্তিত্ব নেই যার জন্য $\int_0^d f(x)\, dx = (1 - d)\, f(d)$ হবে

(C) $\int_0^c f(x)\, dx$ -এর অস্তিত্ব নেই যেখানে $c \in (0, 1)$

(D) $\int_0^c f(x)\, dx$, c-এর উপর নির্ভরশীল নয় যেখানে $c \in (0, 1)$

29. The value of $\int_0^{\pi/2} \frac{(\cos x)^{\sin x}}{(\cos x)^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}} dx$ is

$\int_0^{\pi/2} \frac{(\cos x)^{\sin x}}{(\cos x)^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}} dx$ -এর মান হল

(A) $\pi/4$ (B) 0 (C) $\pi/2$ (D) $1/2$

30. Let $\lim_{\epsilon \to 0+} \int_{\epsilon}^{x} \frac{bt\cos 4t - a\sin 4t}{t^2} dt = \frac{a\sin 4x}{x} - 1, \left(0 < x < \pi/4\right)$. Then a and b are given by

মনে কর $\lim_{\epsilon \to 0+} \int_{\epsilon}^{x} \frac{bt\cos 4t - a\sin 4t}{t^2} dt = \frac{a\sin 4x}{x} - 1, \left(0 < x < \pi/4\right)$। সেক্ষেত্রে a ও b-এর মান হল

(A) a = 2, b = 2 (B) a = $1/4$, b = 1 (C) a = –1, b = 4 (D) a = 2, b = 4

31. Let $\int \frac{x^{1/2}}{\sqrt{1-x^3}} dx = \frac{2}{3} g(f(x)) + c$; then

মনে কর $\int \frac{x^{1/2}}{\sqrt{1-x^3}} dx = \frac{2}{3} g(f(x)) + c$। সেক্ষেত্রে

(A) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^{3/2}$ (B) $f(x) = x^{3/2}$, $g(x) = \sin^{-1} x$

(C) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \sin^{-1} x$ (D) $f(x) = \sin^{-1} x$, $g(x) = x^{3/2}$

(c denotes constant of integration) / (c সমাকলনের যদৃচ্ছ ধ্রুবক বুঝায়)

32. If $x\dfrac{dy}{dx} + y = x\dfrac{f(xy)}{f'(xy)}$, then $|f(xy)|$ is equal to

যদি $x\dfrac{dy}{dx} + y = x\dfrac{f(xy)}{f'(xy)}$, হয়, তবে $|f(xy)|$ হবে

(A) $Ce^{x^2/2}$ (B) Ce^{x^2} (C) Ce^{2x^2} (D) $Ce^{x^2/3}$

where C is the constant of integration. / যেখানে C সমাকলন ধ্রুবক

33. A curve passes through the point (3, 2) for which the segment of the tangent line contained between the co-ordinate axes is bisected at the point of contact. The equation of the curve is

একটি বক্ররেখা (3, 2) বিন্দুগামী, বক্ররেখাটির একটি বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের অক্ষদ্বয়ের মধ্যেকার ছেদিতাংশ ঐ স্পর্শবিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। বক্ররেখাটির সমীকরণ হবে

(A) $y = x^2 - 7$ (B) $x = \dfrac{y^2}{2} + 2$

(C) $xy = 6$ (D) $x^2 + y^2 - 5x + 7y + 11 = 0$

34. Let $f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} e^{-t^2}\,dt$. Then $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ equals

মনে কর $f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} e^{-t^2}\,dt$ । তবে $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ -এর মান হবে

(A) $\sqrt{1/e}$ (B) $-\sqrt{2/e}$ (C) $\sqrt{2/e}$ (D) $-\sqrt{1/e}$

35. The point of contact of the tangent to the parabola $y^2 = 9x$ which passes through the point (4, 10) and makes an angle θ with the positive side of the axis of the parabola where $\tan\theta > 2$, is

$y^2 = 9x$ অধিবৃত্তের উপরিস্থ একটি বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক (4, 10) বিন্দুগামী এবং অধিবৃত্তের অক্ষের ধনাত্মক দিকের সঙ্গে θ কোণ উৎপন্ন করে ও $\tan\theta > 2$ হয়। সেক্ষেত্রে স্পর্শবিন্দুটি হবে

(A) $\left(\frac{4}{9}, 2\right)$ (B) (4, 6) (C) (4, 5) (D) $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{6}\right)$

36. Let $f(x) = (x-2)^{17}(x+5)^{24}$. Then

(A) f does not have a critical point at $x = 2$

(B) f has a minimum at $x = 2$

(C) f has neither a maximum nor a minimum at $x = 2$

(D) f has a maximum at $x = 2$

মনে কর $f(x) = (x-2)^{17}(x+5)^{24}$। সেক্ষেত্রে

(A) $x = 2$ রেখার উপর $f(x)$-এর কোন সন্ধিবিন্দু নেই

(B) $x = 2$ রেখায় $f(x)$-এর ক্ষুদ্রতম মান আছে

(C) $x = 2$ রেখার উপর $f(x)$-এর সর্বনিম্ন বা সর্বোচ্চ বিন্দু কোনোটাই নেই

(D) $x = 2$ রেখায় $f(x)$-এর সর্বোচ্চ বিন্দু আছে

37. The solution of $\cos y \frac{dy}{dx} = e^{x+\sin y} + x^2 e^{\sin y}$ is $f(x) + e^{-\sin y} = C$ (C is arbitrary real constant) where $f(x)$ is equal to

$\cos y \frac{dy}{dx} = e^{x+\sin y} + x^2 e^{\sin y}$-এর সমাধান হল $f(x) + e^{-\sin y} = C$ (C হল যদৃচ্ছ বাস্তব ধ্রুবক)। সেক্ষেত্রে $f(x)$ হবে

(A) $e^x + \frac{1}{2}x^3$ (B) $e^{-x} + \frac{1}{3}x^3$ (C) $e^{-x} + \frac{1}{2}x^3$ (D) $e^x + \frac{1}{3}x^3$

38. Area of the figure bounded by the parabola $y^2 + 8x = 16$ and $y^2 - 24x = 48$ is

(A) $\frac{11}{9}$ sq. unit (B) $\frac{32}{3}\sqrt{6}$ sq. unit (C) $\frac{16}{3}$ sq. unit (D) $\frac{24}{5}$ sq. unit

অধিবৃত্তদ্বয় $y^2 + 8x = 16$ ও $y^2 - 24x = 48$ দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হল

(A) $\frac{11}{9}$ বর্গ একক (B) $\frac{32}{3}\sqrt{6}$ বর্গ একক (C) $\frac{16}{3}$ বর্গ একক (D) $\frac{24}{5}$ বর্গ একক

39. A particle moving in a straight line starts from rest and the acceleration at any time t is $a - kt^2$ where a and k are positive constants. The maximum velocity attained by the particle is

স্থিতাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে সরলরেখায় গতিশীল কোনও কণার t সময়ে ত্বরণ $a - kt^2$, a এবং k ধনাত্মক ধ্রুবক হলে, উহার সর্বোচ্চ গতিবেগ হবে

(A) $\frac{2}{3}\sqrt{a^3/k}$ (B) $\frac{1}{3}\sqrt{a^3/k}$ (C) $\sqrt{a^3/k}$ (D) $2\sqrt{a^3/k}$

40. If $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}, \vec{b}=\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ and $\vec{c}$ is unit vector perpendicular to $\vec{a}$ and coplanar with $\vec{a}$ and $\vec{b}$, then unit vector $\vec{d}$ perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{c}$ is

দেওয়া আছে $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}, \vec{b}=\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{c}$ একটি একক ভেক্টর $\vec{a}$-এর উপর লম্ব এবং $\vec{a}$ ও $\vec{b}$-এর সঙ্গে একতলীয়। সেক্ষেত্রে $\vec{a}$ ও $\vec{c}$ উভয়ের উপর লম্ব ও একক ভেক্টর $\vec{d}$ হবে

(A) $\pm\frac{1}{\sqrt{6}}(2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ (B) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{j}+\hat{k})$ (C) $\pm\frac{1}{\sqrt{6}}(\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})$ (D) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{j}-\hat{k})$

41. If the equation of one tangent to the circle with centre at (2, –1) from the origin is $3x + y = 0$, then the equation of the other tangent through the origin is

একটি বৃত্তের কেন্দ্র (2, –1) দেওয়া আছে। ঐ বৃত্তের মূলবিন্দু থেকে অঙ্কিত একটি স্পর্শকের সমীকরণ হল $3x + y = 0$। সেক্ষেত্রে মূলবিন্দু থেকে অঙ্কিত অপর স্পর্শকের সমীকরণ হবে

(A) $3x - y = 0$ (B) $x + 3y = 0$ (C) $x - 3y = 0$ (D) $x + 2y = 0$

42. If a, b, c are in G. P. and log a – log 2b, log 2b – log 3c, log 3c – log a are in A. P., then a, b, c are the lengths of the sides of a triangle which is

(A) acute angled

(B) obtuse angled

(C) right angled

(D) equilateral

যদি a, b, c গুণোত্তর প্রগতিতে থাকে এবং log a – log 2b, log 2b – log 3c, log 3c – log a সমান্তর প্রগতিতে থাকে, তবে a, b ও c যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য হবে সে ত্রিভুজটি হবে

(A) সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ

(B) স্থূলকোণী ত্রিভুজ

(C) সমকোণী ত্রিভুজ

(D) সমবাহু ত্রিভুজ

43. Let $a_n = (1^2 + 2^2 + \ldots\ldots n^2)^n$ and $b_n = n^n (n!)$. Then

(A) $a_n < b_n \ \forall n$

(B) $a_n > b_n \ \forall n$

(C) $a_n = b_n$ for infinitely many n

(D) $a_n < b_n$ if n be even and $a_n > b_n$ if n be odd

মনে কর $a_n = (1^2 + 2^2 + \ldots\ldots n^2)^n$ ও $b_n = n^n (n!)$ । তবে

(A) $a_n < b_n \ \forall n$

(B) $a_n > b_n \ \forall n$

(C) অসীম সংখ্যক n-এর জন্য $a_n = b_n$

(D) n যুগ্ম সংখ্যা হলে $a_n < b_n$ ও n অযুগ্ম সংখ্যা হলে $a_n > b_n$ হবে

44. If $z = x - iy$ and $z^{1/3} = p + iq$ $(x, y, p, q \in \mathbb{R})$, then $\dfrac{\left(\dfrac{x}{p} + \dfrac{y}{q}\right)}{(p^2 + q^2)}$ is equal to

যদি $z = x - iy$ এবং $z^{1/3} = p + iq$ $(x, y, p, q \in \mathbb{R})$ হয়, তবে $\dfrac{\left(\dfrac{x}{p} + \dfrac{y}{q}\right)}{(p^2 + q^2)}$ -এর মান হবে

(A) 2 (B) -1 (C) 1 (D) -2

45. If a, b are odd integers, then the roots of the equation $2ax^2 + (2a + b)x + b = 0$, $a \neq 0$ are

(A) rational (B) irrational (C) non-real (D) equal

যদি a, b অযুগ্ম পূর্ণসংখ্যা হয়, তবে $2ax^2 + (2a + b)x + b = 0$, $a \neq 0$ সমীকরণের বীজদ্বয়

(A) মূলদ হবে (B) অমূলদ হবে (C) বাস্তব হবে না (D) সমান হবে

46. The number of zeros at the end of $\lfloor 100$ is

$\lfloor 100$ -এর শেষে শূণ্যের সংখ্যা হবে

(A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24

47. If $|z - 25i| \leq 15$, then Maximum arg(z) – Minimum arg(z) is equal to

যদি $|z - 25i| \leq 15$ হয়, তবে সর্বোচ্চ arg(z) – সর্বনিম্ন arg(z) হবে

(A) $2\cos^{-1}\left(\dfrac{3}{5}\right)$ (B) $2\cos^{-1}\left(\dfrac{4}{5}\right)$

(C) $\dfrac{\pi}{2} + \cos^{-1}\left(\dfrac{3}{5}\right)$ (D) $\sin^{-1}\left(\dfrac{3}{5}\right) - \cos^{-1}\left(\dfrac{3}{5}\right)$

(arg z is the principal value of argument of z) / (arg z, z-এর আরগুমেন্টের মুখ্যমান বুঝাবে)

48. Let $f(n) = 2^{n+1}$, $g(n) = 1 + (n+1)2^n$ for all $n \in N$. Then

(A) $f(n) > g(n)$

(B) $f(n) < g(n)$

(C) $f(n)$ and $g(n)$ are not comparable.

(D) $f(n) > g(n)$ if n be even and $f(n) < g(n)$ if n be odd.

মনে কর সকল $n \in N$-এর জন্য $f(n) = 2^{n+1}$, $g(n) = 1 + (n+1)2^n$। তবে

(A) $f(n) > g(n)$

(B) $f(n) < g(n)$

(C) $f(n)$ ও $g(n)$ -এর মধ্যে কোন তুলনা করা যায় না।

(D) যদি n যুগ্ম হয় তবে $f(n) > g(n)$ ও যদি n অযুগ্ম হয় তবে $f(n) < g(n)$ হবে।

49. A is a set containing n elements. P and Q are two subsets of A. Then the number of ways of choosing P and Q so that $P \cap Q = \varphi$ is

A, n সদস্য বিশিষ্ট একটি সেট। P ও Q, A-এর দুটি উপসেট। $P \cap Q = \varphi$, P ও Q দুটি উপসেট যত রকমে গঠন করা যায় তার সংখ্যা হবে

(A) $2^{2n}\_{2n}C_n$ (B) 2^n (C) $3^n - 1$ (D) 3^n

50. There are n white and n black balls marked 1, 2, 3, ... n. The number of ways in which we can arrange these balls in a row so that neighbouring balls are of different colours is

n সংখ্যক সাদা বল ও n সংখ্যক কালো বলকে 1, 2, 3, ... n দ্বারা চিহ্নিত করা হল। বলগুলিকে একটি সারিতে সজ্জিত করা হল এই শর্তে যে পরপর দুটি বল ভিন্ন রং-এর হবে। এভাবে সজ্জিত করার সংখ্যা হবে

(A) $(n!)^2$ (B) $(2n)!$ (C) $2(n!)^2$ (D) $\frac{(2n)!}{(n!)^2}$

Category-II (Q51 to 65)

(Carry 2 marks each. Only one option is correct. Negative marks: ½)

51. If P_1P_2 and P_3P_4 are two focal chords of the parabola $y^2 = 4ax$ then the chords P_1P_3 and P_2P_4 intersect on the

(A) directrix of the parabola
(B) axis of the parabola
(C) latus-rectum of the parabola
(D) y-axis

অধিবৃত্ত $y^2 = 4ax$-এর দুটি নাভিগামী জ্যা হল P_1P_2 ও P_3P_4 । সেক্ষেত্রে জ্যাদ্বয় P_1P_3 ও P_2P_4 পরস্পরকে ছেদ করবে

(A) অধিবৃত্তের নিয়ামকের উপর
(B) অধিবৃত্তের অক্ষের উপর
(C) অধিবৃত্তের নাভিলম্বর উপর
(D) y-অক্ষের উপর

52. $f : X \to \mathbb{R}, X = \{x \mid 0 < x < 1\}$ is defined as $f(x) = \dfrac{2x-1}{1-|2x-1|}$. Then

(A) f is only injective
(B) f is only surjective
(C) f is bijective
(D) f is neither injective nor surjective

$f : X \to \mathbb{R}, X = \{x \mid 0 < x < 1\}$ এভাবে সজ্ঞাত আছে যে $f(x) = \dfrac{2x-1}{1-|2x-1|}$ । সেক্ষেত্রে

(A) f কেবলমাত্র একৈক হবে
(B) f কেবলমাত্র উপরিচিত্রণ হবে
(C) f একৈক, উপরিচিত্রণ হবে
(D) f একৈক-ও নয়, উপরিচিত্রণ-ও নয়

53. Let f be a non-negative function defined in $[0, \pi/2]$, f' exists and be continuous for all x and $\int_0^x \sqrt{1-(f'(t))^2}\,dt = \int_0^x f(t)\,dt$ and $f(0) = 0$. Then

$[0, \pi/2]$-তে অ-ঋণাত্মক অপেক্ষক f এভাবে সংজ্ঞাত আছে যে f' -এর অস্তিত্ব আছে ও সকল x-এর জন্য সন্তত এবং $\int_0^x \sqrt{1-(f'(t))^2}\,dt = \int_0^x f(t)\,dt$ এবং $f(0) = 0$। সেক্ষেত্রে

(A) $f\left(\frac{1}{2}\right) < \frac{1}{2}$ and $f\left(\frac{1}{3}\right) > \frac{1}{3}$

(B) $f\left(\frac{1}{2}\right) > \frac{1}{2}$ and $f\left(\frac{1}{3}\right) < \frac{1}{3}$

(C) $f\left(\frac{4}{3}\right) < \frac{4}{3}$ and $f\left(\frac{2}{3}\right) < \frac{2}{3}$

(D) $f\left(\frac{4}{3}\right) > \frac{4}{3}$ and $f\left(\frac{2}{3}\right) > \frac{2}{3}$

54. PQ is a double ordinate of the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ such that ΔOPQ is an equilateral triangle, O being the centre of the hyperbola. Then the eccentricity e of the hyperbola satisfies

পরাবৃত্ত $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ -এর একটি দ্বিকোটি হল PQ এবং ΔOPQ একটি সমবাহু ত্রিভুজ (O হল ঐ পরাবৃত্তের কেন্দ্র)। সেক্ষেত্রে পরাবৃত্তের উৎকেন্দ্রতা যে সম্পর্ককে সিদ্ধ করে সেটি হল

(A) $1 < e < 2/\sqrt{3}$

(B) $e = 2/\sqrt{3}$

(C) $e = 2\sqrt{3}$

(D) $e > 2/\sqrt{3}$

55. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)$, $(a, b \in \mathbb{R}) = 0$. Then

$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)$, $(a, b \in \mathbb{R})$ – এর মান 0 দেওয়া আছে। সেক্ষেত্রে

(A) $a = 0, b = 1$ (B) $a = 1, b = -1$ (C) $a = -1, b = 1$ (D) $a = 0, b = 0$

56. If the transformation $z = \log \tan \frac{x}{2}$ reduces the differential equation

$\frac{d^2y}{dx^2}+\cot x\frac{dy}{dx}+4y\,\text{cosec}^2\,x=0$ into the form $\frac{d^2y}{dz^2}+ky=0$ then k is equal to

$\frac{d^2y}{dx^2}+\cot x\frac{dy}{dx}+4y\,\text{cosec}^2\,x=0$ অবকল সমীকরণটির স্বাধীন চলরাশি x, $z = \log \tan \frac{x}{2}$ -এর দ্বারা

z-এ রূপান্তরিত হলে সমীকরণটি হয় $\frac{d^2y}{dz^2}+ky=0$। সেক্ষেত্রে k-এর মান হবে

(A) -4 (B) 4 (C) 2 (D) -2

57. If I is the greatest of

$I_1=\int_0^1 e^{-x}\cos^2 x\,dx$, $I_2=\int_0^1 e^{-x^2}\cos^2 x\,dx$, $I_3=\int_0^1 e^{-x^2}\,dx$, $I_4=\int_0^1 e^{-x^2/2}\,dx$, then

$I_1=\int_0^1 e^{-x}\cos^2 x\,dx$, $I_2=\int_0^1 e^{-x^2}\cos^2 x\,dx$, $I_3=\int_0^1 e^{-x^2}\,dx$, $I_4=\int_0^1 e^{-x^2/2}\,dx$ দেওয়া আছে।

এদের মধ্যে বৃহত্তম I হলে

(A) $I = I_1$ (B) $I = I_2$ (C) $I = I_3$ (D) $I = I_4$

58. A straight line meets the co-ordinate axes at A and B. A circle is circumscribed about the triangle OAB, O being the origin. If m and n are the distances of the tangent to the circle at the origin from the points A and B respectively, the diameter of the circle is

একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়কে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। ত্রিভুজ OAB-এর পরিবৃত্ত অঙ্কিত হল। বৃত্তের O বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের A ও B থেকে দূরত্ব যথাক্রমে m ও n হলে ঐ বৃত্তের ব্যাসার্ধ হবে

(A) $m(m + n)$ (B) $m + n$ (C) $n(m+n)$ (D) $\frac{1}{2}(m+n)$

59. Let the tangent and normal at any point $P(at^2, 2at)$, $(a > 0)$, on the parabola $y^2 = 4ax$ meet the axis of the parabola at T and G respectively. Then the radius of the circle through P, T and G is

অধিবৃত্ত $y^2 = 4ax$-এর উপরিস্থ যেকোন বিন্দু $P(at^2, 2at)$, $(a > 0)$-তে অঙ্কিত স্পর্শক ও অভিলম্ব অধিবৃত্তের অক্ষকে যথাক্রমে T ও G বিন্দুতে ছেদ করে। P, T ও G বিন্দুগামী বৃত্তের ব্যাসার্ধ হল

(A) $a(1 + t^2)$ (B) $(1 + t^2)$ (C) $a(1 - t^2)$ (D) $(1 - t^2)$

60. From the point $(-1, -6)$, two tangents are drawn to $y^2 = 4x$. Then the angle between the two tangents is

$(-1, -6)$ বিন্দু থেকে $y^2 = 4x$ বক্ররেখায় দুটি স্পর্শক টানা হল। স্পর্শকদ্বয়ের মধ্যেকার কোণ হবে

(A) $\pi/3$ (B) $\pi/4$ (C) $\pi/6$ (D) $\pi/2$

61. If $\vec{\alpha}$ is a unit vector, $\vec{\beta} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}, \vec{\gamma} = \hat{i} + \hat{k}$, then the maximum value of $[\vec{\alpha}\ \vec{\beta}\ \vec{\gamma}]$ is

যদি $\vec{\alpha}$ একটি একক ভেক্টর এবং $\vec{\beta} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}, \vec{\gamma} = \hat{i} + \hat{k}$ হয়, তবে $[\vec{\alpha}\ \vec{\beta}\ \vec{\gamma}]$-এর সর্বোচ্চ মান হবে

(A) 3 (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{6}$

62. The maximum value of $f(x) = e^{\sin x} + e^{\cos x}$; $x \in \mathbb{R}$ is

$f(x) = e^{\sin x} + e^{\cos x}$; $x \in \mathbb{R}$ -এর সর্বোচ্চ মান হবে

(A) $2e$ (B) $2\sqrt{e}$ (C) $2e^{1/\sqrt{2}}$ (D) $2e^{-1/\sqrt{2}}$

63. If x satisfies the inequality $\log_{25} x^2 + (\log_5 x)^2 < 2$, then x belongs to

$\log_{25} x^2 + (\log_5 x)^2 < 2$ অসমীকরণটিকে সিদ্ধ করে এমন শর্তে x আছে ($\in$)

(A) $\left(\frac{1}{5}, 5\right)$ (B) $\left(\frac{1}{25}, 5\right)$

(C) $\left(\frac{1}{5}, 25\right)$ (D) $\left(\frac{1}{25}, 25\right)$

64. The solution of $\det(A - \lambda I_2) = 0$ be 4 and 8 and $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ x & y \end{pmatrix}$. Then

সমীকরণ $\det(A - \lambda I_2) = 0$ -এর সমাধান হল 4 ও 8 এবং $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ x & y \end{pmatrix}$ । তবে

(A) $x = 4, y = 10$ (B) $x = 5, y = 8$

(C) $x = 3, y = 9$ (D) $x = -4, y = 10$

(I_2 is identity matrix of order 2) / (I_2 হল 2 মাত্রার একসম ম্যাট্রিক্স)

65. The value of a for which the sum of the squares of the roots of the equation $x^2 - (a - 2)x - a - 1 = 0$ assumes the least value is

$x^2 - (a - 2)x - a - 1 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয়ের বর্গের সমষ্টির মান ন্যূনতম করতে হলে a-এর মান হবে

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Category-III (Q. 66 to 75)

(Carry 2 marks each. One or more options are correct. No negative marks)

66. Chords of an ellipse are drawn through the positive end of the minor axis. Their midpoint lies on

(A) a circle (B) a parabola (C) an ellipse (D) a hyperbola

উপবৃত্তের উপাক্ষর ধনাত্মক অংশের প্রান্তবিন্দু থেকে উপবৃত্তের জ্যাগুলি অঙ্কিত হল। জ্যাগুলির মধ্যবিন্দুসমূহের সঞ্চারপথ হল

(A) একটি বৃত্ত (B) একটি অধিবৃত্ত (C) একটি উপবৃত্ত (D) একটি পরাবৃত্ত

67. Consider the equation $y - y_1 = m(x - x_1)$. If m and x_1 are fixed and different lines are drawn for different values of y_1, then

(A) the lines will pass through a fixed point

(B) there will be a set of parallel lines

(C) all lines intersect the line $x = x_1$

(D) all lines will be parallel to the line $y = x_1$

$y - y_1 = m(x - x_1)$ সমীকরণটি বিবেচনা কর। যদি m ও x_1 অ-পরিবর্তনীয় হয় ও y_1-এর বিভিন্ন মানের জন্য ভিন্ন ভিন্ন সরলরেখা অঙ্কিত করা হয় তবে

(A) সরলরেখাগুলি একটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে যাবে

(B) সমান্তরাল সরলরেখাগুচ্ছের একটি সেট পাওয়া যাবে

(C) $x = x_1$ সরলরেখাকে সমস্ত সরলরেখাগুলি ছেদ করবে

(D) সমস্ত সরলরেখাগুলি $y = x_1$ -এর সমান্তরাল হবে

68. Let R and S be two equivalence relations on a non-void set A. Then

(A) $R \cup S$ is equivalence relation (B) $R \cap S$ is equivalence relation

(C) $R \cap S$ is not equivalence relation (D) $R \cup S$ is not equivalence relation

অশূণ্য সেট A-তে R ও S দুটি সমতুল্যতা সম্বন্ধ দেওয়া আছে। সেক্ষেত্রে

(A) $R \cup S$ সমতুল্যতা সম্বন্ধ হবে (B) $R \cap S$ সমতুল্যতা সম্বন্ধ হবে

(C) $R \cap S$ সমতুল্যতা সম্বন্ধ হবে না (D) $R \cup S$ সমতুল্যতা সম্বন্ধ হবে না

69. Twenty metres of wire is available to fence off a flower bed in the form of a circular sector. What must the radius of the circle be, if the area of the flower bed be greatest ?

বৃত্তখণ্ডের আকারের একটি flower bed বেড়া দেওয়ার জন্য 20 m বেড়া আছে। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত হলে flower bed-এর ক্ষেত্রফল সর্বোচ্চ হবে ?

(A) 10 m (B) 4 m (C) 5 m (D) 6 m

70. The line $y = x + 5$ touches

(A) the parabola $y^2 = 20x$

(B) the ellipse $9x^2 + 16y^2 = 144$

(C) the hyperbola $\frac{x^2}{29} - \frac{y^2}{4} = 1$

(D) the circle $x^2 + y^2 = 25$

$y = x + 5$ সরলরেখাটি

(A) অধিবৃত্ত $y^2 = 20x$-কে স্পর্শ করে

(B) উপবৃত্ত $9x^2 + 16y^2 = 144$ -কে স্পর্শ করে

(C) পরাবৃত্ত $\frac{x^2}{29} - \frac{y^2}{4} = 1$ -কে স্পর্শ করে

(D) বৃত্ত $x^2 + y^2 = 25$ -কে স্পর্শ করে

71. Let $p(x)$ be a polynomial with real co-efficients, $p(0) = 1$ and $p'(x) > 0$ for all $x \in \mathbb{R}$. Then

(A) $p(x)$ has at least two real roots

(B) $p(x)$ has only one positive real root

(C) $p(x)$ may have negative real root

(D) $p(x)$ has infinitely many real roots

বাস্তব সহগ বিশিষ্ট বহুপদরাশি $p(x)$-এর ক্ষেত্রে $p(0) = 1$ ও সকল $x \in \mathbb{R}$-এর জন্য $p'(x) > 0$। সেক্ষেত্রে

(A) $p(x)$ -এর কমপক্ষে দুটি বাস্তব বীজ আছে

(B) $p(x)$ -এর একটিমাত্র ধনাত্মক বাস্তব বীজ আছে

(C) $p(x)$ -এর একটিমাত্র ঋণাত্মক বাস্তব বীজ থাকতে পারে

(D) $p(x)$ -এর অসীমসংখ্যক বাস্তব বীজ থাকবে

72. From a balloon rising vertically with uniform velocity v ft/sec a piece of stone is let go. The height of the balloon above the ground when the stone reaches the ground after 4 sec is [$g = 32$ ft/sec^2]

v ft/sec সমবেগে উল্লম্বভাবে উর্দ্ধমুখী একটি বেলুন থেকে একটি প্রস্তরখণ্ড ফেলে দেওয়া হল। 4 sec পরে যখন প্রস্তরখণ্ডটি ভূমি স্পর্শ করে তখন বেলুনের উচ্চতা হবে [$g = 32$ ft/sec^2]

(A) 220 ft

(B) 240 ft

(C) 256 ft

(D) 260 ft

73. Let $f(x) = x^2 + x \sin x - \cos x$. Then

(A) $f(x) = 0$ has at least one real root

(B) $f(x) = 0$ has no real root

(C) $f(x) = 0$ has at least one positive root

(D) $f(x) = 0$ has at least one negative root

মনে কর $f(x) = x^2 + x \sin x - \cos x$। সেক্ষেত্রে

(A) $f(x) = 0$-এর কমপক্ষে একটি বাস্তব বীজ থাকবে

(B) $f(x) = 0$-এর কোন বাস্তব বীজ নেই

(C) $f(x) = 0$-এর কমপক্ষে একটি ধনাত্মক বীজ থাকবে

(D) $f(x) = 0$-এর কমপক্ষে একটি ঋণাত্মক বীজ থাকবে

74. Let z_1 and z_2 be two non-zero complex numbers. Then

(A) Principal value of $\arg(z_1z_2)$ may not be equal to Principal value of $\arg z_1$ + Principal value of $\arg z_2$

(B) Principal value of $\arg(z_1z_2)$ = Principal value of $\arg z_1$ + Principal value of $\arg z_2$

(C) Principal value of $\arg(z_1/z_2)$ = Principal value of $\arg z_1$ – Principal value of $\arg z_2$

(D) Principal value of $\arg(z_1/z_2)$ may not be $\arg z_1 - \arg z_2$

মনে কর z_1 ও z_2 দুটি অশূণ্য জটিল রাশি। সেক্ষেত্রে

(A) মুখ্যমান $\arg(z_1z_2)$, $\arg z_1$ + $\arg z_2$ এর সমান না-ও হতে পারে

(B) মুখ্যমান $\arg(z_1z_2)$ = মুখ্যমান $\arg z_1$ + মুখ্যমান $\arg z_2$

(C) মুখ্যমান $\arg(z_1/z_2)$ = মুখ্যমান $\arg z_1$ – মুখ্যমান $\arg z_2$

(D) মুখ্যমান $\arg(z_1/z_2)$, $\arg z_1$ – $\arg z_2$ – এর সমান না-ও হতে পারে

75. Let $\Delta = \begin{vmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\theta\sin\phi & \sin\theta\cos\phi & 0 \end{vmatrix}$. Then

(A) Δ is independent of θ

(B) Δ is independent of φ

(C) Δ is a constant

(D) $\left(\frac{d\Delta}{d\theta}\right)_{\theta=\pi/2} = 0$

মনে কর $\Delta = \begin{vmatrix} \sin\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\phi & \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\theta\sin\phi & \sin\theta\cos\phi & 0 \end{vmatrix}$, সেক্ষেত্রে

(A) Δ, θ-এর উপর নির্ভরশীল নয়

(B) Δ, φ-এর উপর নির্ভরশীল নয়

(C) Δ ধ্রুবক

(D) $\left(\frac{d\Delta}{d\theta}\right)_{\theta=\pi/2} = 0$

Question Booklet Series

A

M-2022

Subject : MATHEMATICS

সময়: ২ ঘন্টা **সর্বাধিক নম্বর: ১০০**

নির্দেশাবলী

১. এই প্রশ্নপত্রে সমস্ত প্রশ্নই অবজেক্টিভ প্রশ্ন এবং প্রতিটি প্রশ্নের চারটি সম্ভাব্য উত্তর দেওয়া আছে।

২. Category-**I** : একটি উত্তর সঠিক। সঠিক উত্তর দিলে **1** নম্বর পাবে। ভুল উত্তর দিলে অথবা যে কোন একাধিক উত্তর দিলে ¼ নম্বর কাটা যাবে।

৩. Category-**II** : একটি উত্তর সঠিক। সঠিক উত্তর দিলে **2** নম্বর পাবে। ভুল উত্তর দিলে অথবা যে কোন একাধিক উত্তর দিলে ½ নম্বর কাটা যাবে।

৪. Category-**III**: এক বা একাধিক উত্তর সঠিক। সব কটি সঠিক উত্তর দিলে **2** নম্বর পাবে। যদি কোন ভুল উত্তর না থাকে এবং সঠিক উত্তরও সব কটি না থাকে তাহলে পাবে 2 × যে কটি সঠিক উত্তর দেওয়া হয়েছে তার সংখ্যা ÷ আসলে যে কটি উত্তর সঠিক তার সংখ্যা। যদি কোনো ভুল উত্তর দেওয়া হয় বা একাধিক উত্তরের মধ্যে একটিও ভুল থাকে তাহলে উত্তরটি ভুল ধরে নেওয়া হবে। কিন্তু সেক্ষেত্রে কোনো নম্বর কাটা যাবে না, অর্থাৎ শুন্য নম্বর পাবে।

৫. OMR পত্রে A, B, C, D চিহ্নিত সঠিক ঘরটি ভরাট করে উত্তর দিতে হবে ও প্রশ্নপত্রের সিরিজ (A, B, C, D) সঠিক ভাবে চিহ্নিত করতে হবে।

৬. OMR পত্রে উত্তর দিতে শুধুমাত্র কালো বা নীল বল পয়েন্ট পেন ব্যবহার করবে।

৭. OMR পত্রে নির্দিষ্ট স্থান ছাড়া অন্য কোথাও কোন দাগ দেবে না।

৮. OMR পত্রে নির্দিষ্ট স্থানে প্রশ্নপত্রের নম্বর এবং নিজের রোল নম্বর অতি সাবধানতার সাথে লিখতে হবে এবং প্রয়োজনীয় ঘরগুলি পূরণ করতে হবে।

৯. OMR পত্রে নির্দিষ্ট স্থানে নিজের নাম ও পরীক্ষা কেন্দ্রের নাম লিখতে হবে এবং নিজের সম্পূর্ণ স্বাক্ষর দিতে হবে।

১০. প্রশ্নপত্রের নম্বর বা রোল নম্বর ভুল লিখলে অথবা ভুল ঘর ভরাট করলে, পরীক্ষার্থীর নাম, পরীক্ষা কেন্দ্রের নাম বা স্বাক্ষরে কোন ভুল থাকলে উত্তর পত্র বাতিল হয়ে যেতে পারে। OMR পত্রটি ভাঁজ হলে বা তাতে অনাবশ্যক দাগ পড়লেও বাতিল হয়ে যেতে পারে। পরীক্ষার্থীর এই ধরনের ভুল বা অসর্তকতার জন্য উত্তরপত্র বাতিল হলে একমাত্র পরীক্ষার্থী নিজেই তার জন্য দায়ী থাকবে।

১১. মোবাইলফোন, ক্যালকুলেটর, স্লাইডরুল, লগটেবল, হাতঘড়ি, রেখাচিত্র, গ্রাফ বা কোন ধরণের তালিকা পরীক্ষা কক্ষে আনা যাবে না। আনলে সেটি বাজেয়াপ্ত হবে এবং পরীক্ষার্থীর ওই পরীক্ষা বাতিল করা হবে।

১২. প্রশ্নপত্রের শেষে রাফ কাজ করার জন্য ফাঁকা জায়গা দেওয়া আছে। অন্য কোন কাগজ এই কাজে ব্যবহার করবে না।

১৩. পরীক্ষা কক্ষ ছাড়ার আগে OMR পত্র অবশ্য ই পরিদর্শককে দিয়ে যাবে।

১৪. এই প্রশ্নপত্রে ইংরাজী ও বাংলা উভয় ভাষাতেই প্রশ্ন দেওয়া আছে। বাংলা মাধ্যমে প্রশ্ন তৈরীর সময় প্রয়োজনীয় সাবধানতা ও সতর্কতা অবলম্বন করা হয়েছে। তা সত্ত্বেও যদি কোন অসঙ্গতি লক্ষ্য করা যায়, সেক্ষেত্রে ইংরাজী মাধ্যমে দেওয়া প্রশ্ন ঠিক ও চূড়ান্ত বলে বিবেচিত হবে।