JEE (ADVANCED) 2018 PAPER 1
PART-I PHYSICS

खंड 1 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड मे **छह (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक *प्रश्न* के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही है(हैं)|
- प्रत्येक *प्रश्न* के लिए, *प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु सही विकल्प (विकल्पों) को चुने* |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है |

आंशिक अंक : +3 यदि चारो विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है |

आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं |

आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प हैं |

शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |

ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में |

- **उदाहरण स्वरुप:** यदि किसी *प्रश्न के लिए केवल पहला, तीसरा एवं चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है; तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही +4 अंक मिलेंगे* / बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), *तीन सही विकल्पों में से सिर्फ दो को चुनने पर* (उदाहरंतः पहला तथा चौथा विकल्प) +2 अंक मिलेंगे | बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), *तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प*) +1 अंक मिलेंगे | कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), -2 अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो |

www.careerindia.com

Q.1 द्रव्यमान (mass) m के एक कण की स्थितिज उर्जा (potential energy) $V(r) = kr^2/2$ है, जहाँ r एक नियत बिंदु (fixed point) O से कण की दूरी है और k उचित विमाओं (dimensions) वाला एक धनात्मक नियतांक (positive constant) है | यह कण बिंदु O के सापेक्ष R त्रिज्या वाली एक वृत्तीय कक्षा (circular orbit) में घूम रहा है | यदि v कण की चाल है और L बिंदु O के सापेक्ष इसके कोणीय संवेग (angular momentum) का परिमाण (magnitude) है, तो निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

(A) $v = \sqrt{\frac{k}{2m}}\, R$

(B) $v = \sqrt{\frac{k}{m}}\, R$

(C) $L = \sqrt{mk}\, R^2$

(D) $L = \sqrt{\frac{mk}{2}}\, R^2$

Q.2 $1.0\ kg$ द्रव्यमान (mass) की एक वस्तु समय $t = 0$ पर मूलबिंदु (origin) पर विरामावस्था में है | इस वस्तु पर एक बल $\vec{F} = (\alpha t\, \hat{\imath} + \beta\, \hat{\jmath})$ लगाया जाता है, जहाँ $\alpha = 1.0\ N\ s^{-1}$ और $\beta = 1.0\ N$ हैं | समय $t = 1.0\ s$ पर मूलबिंदु के सापेक्ष वस्तु पर लगने वाला बल आघूर्ण (torque) $\vec{\tau}$ है | निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

(A) $|\vec{\tau}| = \frac{1}{3} N\, m$

(B) बल आघूर्ण $\vec{\tau}$ मात्रक सदिश (unit vector) $+\hat{k}$ की दिशा में है

(C) समय $t = 1\ s$ पर वस्तु का वेग $\vec{v} = \frac{1}{2}(\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath})\ m\ s^{-1}$ है

(D) समय $t = 1\ s$ पर वस्तु के विस्थापन का परिमाण $\frac{1}{6}\ m$ है

www.careerindia.com

Q.3 एक आतंरिक त्रिज्या r वाली एकसमान केशनली (uniform capillary tube) को उर्ध्वाधर तरीके से (vertically) पानी से भरे एक बीकर (beaker) में डुबाया जाता है | केशनली में पानी, बीकर के पानी के पृष्ठ (water surface) से, h ऊंचाई तक उठता है | पानी का पृष्ठ तनाव (surface tension) σ है | पानी और केशनली की दीवार के बीच का संपर्क कोण (angle of contact) θ है | मेनिस्कस (meniscus) में उपस्थित पानी के द्रव्यमान (mass) की उपेक्षा कीजिए | निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

(A) एक दिए गये पदार्थ से बनी केशनली का r बढ़ाने से h कम होता है

(B) एक दिए गये पदार्थ से बनी केशनली में, h पृष्ठ तनाव σ पर निर्भर **नहीं** करता है

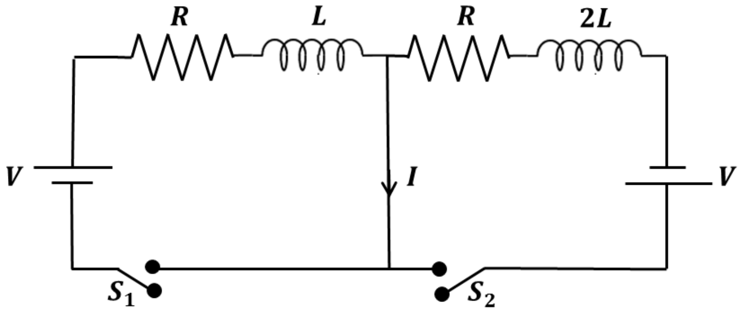
(C) यदि यह प्रयोग एक नियत त्वरण (constant acceleration) से ऊपर जाने वाली लिफ्ट (lift) में किया जाता है, तो h कम होता है

(D) h संपर्क कोण θ के समानुपातिक (proportional) है

www.careerindia.com

CAREERINDIA

Q.4 नीचे दर्शाये गये चित्र में S_1 और S_2 कुंजियों (switches) को समय $t = 0$ पर एकसाथ बंद किया जाता है और परिपथ (circuit) में धारा बहने लगती है | दोनों बैटरियों (batteries) के विद्युतवाहक-बल (electromotive force; emf) का परिमाण समान है और उनका ध्रुवण (polarity) चित्र में दर्शाया गया है | दोनों प्रेरकों (inductors) के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व (mutual inductance) की उपेक्षा कीजिये | यदि मध्य में स्थित तार में धारा I अपने अधिकतम परिमाण I_{max} पर समय $t = \tau$ पर पहुँचती है, तो निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?



(A) $I_{max} = \frac{V}{2R}$ (B) $I_{max} = \frac{V}{4R}$ (C) $\tau = \frac{L}{R}\ln 2$ (D) $\tau = \frac{2L}{R}\ln 2$

Q.5 दो अनंत लम्बाई के सीधे तार xy-तल में $x = \pm R$ रेखाओं पर रखे हुए हैं | $x = +R$ पर रखे हुए तार में I_1 और $x = -R$ पर रखे हुए तार में I_2 स्थिर (constant) धारायें बह रही हैं | R त्रिज्या का एक वृत्ताकार पाश (circular loop), जिसका केंद्र $(0, 0, \sqrt{3}R)$ है, इस प्रकार लटका हुआ है कि पाश का तल xy-तल के समांतर है | पाश में एक स्थिर धारा (constant current) I बह रही है | पाश के ऊपर से देखने पर पाश में धारा की दिशा दक्षिणावर्त (clockwise) है | अनंत लम्बाई के तार में धारा को धनात्मक (positive) माना जाता है यदि यह मात्रक सदिश (unit vector) $+\hat{j}$ की दिशा में है | चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के बारे में निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

(A) यदि $I_1 = I_2$ हो, तो मूल बिंदु $(0, 0, 0)$ पर $\vec{B}$ शून्य **नहीं** हो सकता है

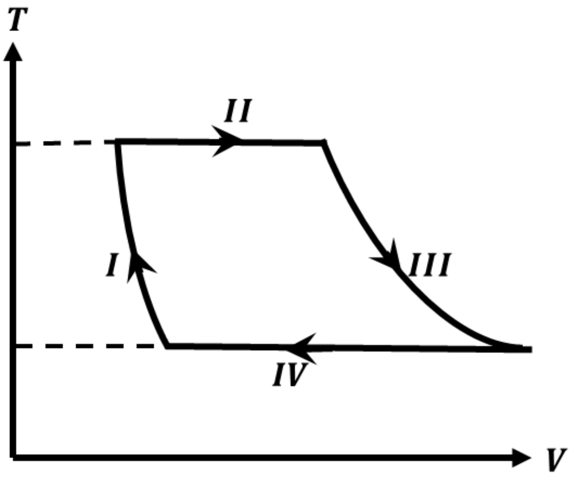
(B) यदि $I_1 > 0$ और $I_2 < 0$ हो, तो मूल बिंदु $(0, 0, 0)$ पर $\vec{B}$ शून्य हो सकता है

(C) यदि $I_1 < 0$ और $I_2 > 0$ हो, तो मूल बिंदु $(0, 0, 0)$ पर $\vec{B}$ शून्य हो सकता है

(D) यदि $I_1 = I_2$ हो, तो पाश के केंद्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का z-घटक का मान $\left(-\frac{\mu_0 I}{2R}\right)$ है

www.careerindia.com

Q.6 एकपरमाण्विक आदर्श गैस (monatomic ideal gas) का एक मोल चित्र में दर्शाये गये चक्रीय प्रक्रम (cyclic process) से गुजरता है (जहाँ V आयतन है तथा T तापमान है) | निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?



(A) प्रक्रम I एक समआयतनिक (isochoric) प्रक्रम है

(B) प्रक्रम II में गैस ऊष्मा को अवशोषित (absorb) करती है

(C) प्रक्रम IV में गैस ऊष्मा को निष्कासित (release) करती है

(D) प्रक्रम I और प्रक्रम III समदाबीय (isobaric) **नहीं** हैं

www.careerindia.com

CAREERINDIA

खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **आठ (08)** प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, **दशमलव के द्वितीय स्थान तक** रूण्डित/ निकटित; उदाहरणतः 6.25, 7.00, -0.33, -.30, 30.27, -127.30) को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-
  पूर्ण अंक : +3 यदि **सिर्फ** सही संख्यात्मक मान (Numerical value) **ही** उत्तर स्वरुप दर्ज किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

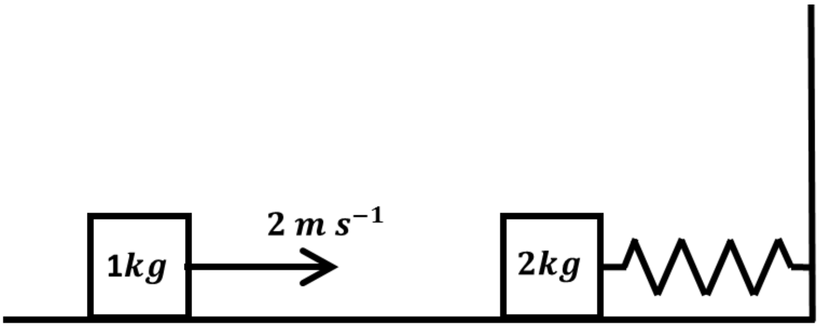
Q.7 $\vec{A}$ और $\vec{B}$ दो सदिश राशियाँ हैं, जहाँ $\vec{A} = a\,\hat{\imath}$ और $\vec{B} = a\,(\cos\omega t\ \hat{\imath} + \sin\omega t\ \hat{\jmath})$ हैं | यहाँ a एक स्थिरांक (constant) है और $\omega = \pi/6\ rad\ s^{-1}$ है | यदि $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{3}\,|\vec{A} - \vec{B}|$ प्रथम बार समय $t = \tau$ पर होता है, तो τ का मान, सेकेंडों (seconds) में, __________ है |

Q.8 दो आदमी एक क्षैतिज सीधी रेखा (horizontal straight line) पर एक ही दिशा में गतिमान हैं | आगे वाले आदमी की चाल $1.0\ m\ s^{-1}$ है और पीछे वाले आदमी की चाल $2.0\ m\ s^{-1}$ है | एक तीसरा आदमी उसी क्षैतिज रेखा से $12\ m$ की ऊँचाई पर इस प्रकार खड़ा है कि तीनों आदमी एक ही ऊर्ध्वाधर तल (vertical plane) में हैं | दोनों गतिमान आदमी $1430\ Hz$ आवृत्ति वाली एक जैसी सीटियाँ बजा रहे हैं | वायु में ध्वनि की चाल $330\ m\ s^{-1}$ है | जब गतिमान आदमियों के बीच की दूरी $10\ m$ है, उसी पल स्थिर आदमी उन दोनों से समान दूरी पर है | उस पल, स्थिर आदमी द्वारा सुनी गयी विस्पंदओं की आवृत्ति (frequency of beats) __________ Hz है |

Q.9 एक वृत्ताकार वलय (ring) और एक वृत्ताकार चकती (disc), एक आनत तल (inclined plane) के शीर्ष पर अगल-बगल (side by side) विरामावस्था में हैं | आनत तल, क्षैतिज तल (horizontal plane) से 60° का कोण बनाता है | दोनों वस्तुएं एक ही पल, न्यूनतम दूरी वाले पथ पर बिना फिसले लोटना (rolling without slipping) आरम्भ करती हैं | यदि दोनों वस्तुओं के क्षैतिज तल पर पहुँचने का समयांतर $(2 - \sqrt{3})/\sqrt{10}\ s$ हो, तो आनत तल के शीर्ष की ऊँचाई _________ मीटर है | $g = 10\ m\ s^{-2}$ लें |

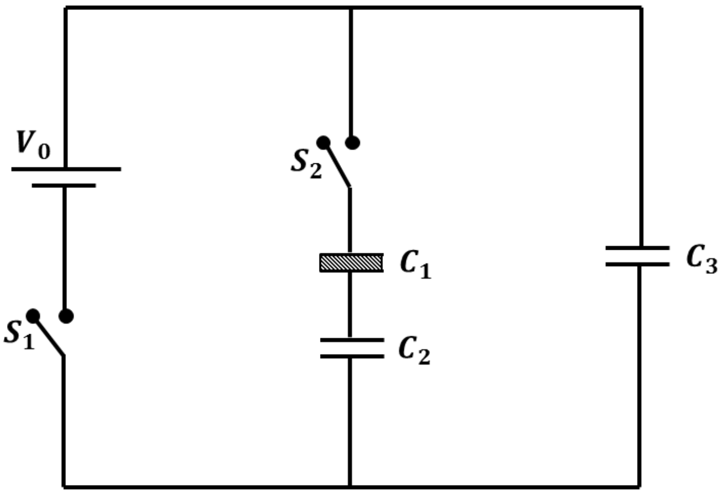
www.careerindia.com

Q.10 एक कमानी-गुटका निकाय (spring-block system) एक घर्षण रहित फर्श (frictionless floor) पर विरामावस्था में है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है | कमानी स्थिरांक (spring constant) 2.0 $N\ m^{-1}$ है और गुटके का द्रव्यमान (mass) 2.0 kg है | कमानी के द्रव्यमान की उपेक्षा कीजिये | शुरुआत में कमानी अतानित (unstretched) अवस्था में है | एक दूसरा गुटका, जिसका द्रव्यमान 1.0 kg है और चाल 2.0 $m\ s^{-1}$ है, पहले गुटके से प्रत्यास्थ संघट्ट (elastic collision) करता है | इस संघट्ट के बाद 2.0 kg का गुटका दीवार से नहीं टकराता है | जब कमानी संघट्ट के बाद पहली बार अपनी अतानित स्थिति में वापस आती है, तब दोनों गुटकों के बीच की दूरी __________मीटर होगी |

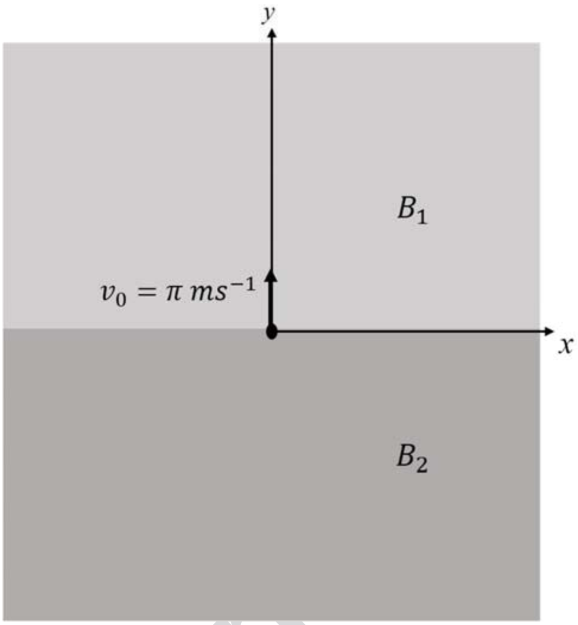


www.careerindia.com

Q.11 तीन एकसमान संधारित्रों (identical capacitors) C_1, C_2 और C_3 में प्रत्येक की धारिता 1.0 μF है और शुरुआत में तीनों संधारित्र अनावेशित (uncharged) हैं | तीनों संधरित्रों को, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है, एक परिपथ (circuit) में जोड़ा गया है और उसके बाद C_1 में ϵ_r सापेक्ष परावैद्युतांक (relative permittivity) का एक परावैदयुत (dielectric) पदार्थ पूर्णतः भरा जाता है | सेल (cell) का विद्युत् वाहक बल (electromotive force, emf) $V_0 = 8\ V$ है | शुरुआत में कुंजी (switch) S_1 बंद है और कुंजी S_2 खुली है | संधारित्र C_3 के पूरी तरह आवेशित (charged) होने के बाद, एक ही पल मे एक साथ (simultaneously) कुंजी S_1 को खोल दिया जाता है और कुंजी S_2 को बंद कर दिया जाता है | जब सभी संधारित्र साम्यावस्था (equilibrium) में आ जाते हैं, तब संधारित्र C_3 पर 5 μC का आवेश पाया जाता है| ϵ_r का मान __________ है |



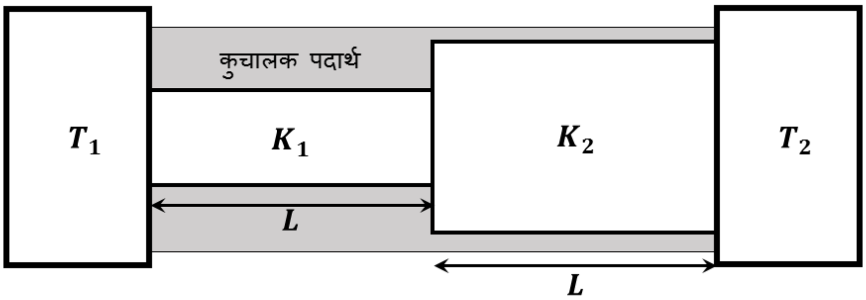
Q.12 xy- तल के $y > 0$ वाले भाग में एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र (uniform magnetic field) $B_1\,\hat{k}$ है और $y < 0$ वाले भाग में एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $B_2\,\hat{k}$ है | एक धनात्मक आवेशित कण (positively charged particle) को मूल बिंदु (origin) से $t = 0$ समय पर $v_0 = \pi\ m\,s^{-1}$ की चाल से $+y$-अक्ष की दिशा में प्रक्षेपित किया जाता है (projected), जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है | इस प्रश्न में गुरुत्वाकर्षण की उपेक्षा कीजिये | समय $t = T$ पर कण x-अक्ष को नीचे से पहली बार पार करता है | यदि $B_2 = 4B_1$ हो, तो T समयांतराल में x-अक्ष की दिशा में कण की औसत चाल (average speed) _________ $m\,s^{-1}$ है |



Q.13 सूर्य का प्रकाश, जिसकी तीव्रता (intensity) $1.3\ kW\ m^{-2}$ है, एक पतले उत्तल लेंस (convex lens) पर अभिलम्बवत तरीके से आपतित होता है (incident normally)| लेंस की फ़ोकस दूरी (focal length) $20\ cm$ है | लेंस द्वारा होनेवाली प्रकाश की उर्जा के क्षय की उपेक्षा कीजिये और मान लीजिए कि लेंस का द्वारक माप (aperture size) उसकी फ़ोकस दूरी से बहुत कम है | लेंस के दूसरी तरफ, $22\ cm$ की दूरी पर प्रकाश की औसत तीव्रता _________ $kW\ m^{-2}$ है |

www.careerindia.com

Q.14 समान लंबाई परन्तु अलग-अलग त्रिज्याओं वाले दो बेलनाकार चालक (cylindrical conductors) श्रेणीक्रम में (in series) दो ऊष्माशयों (heat baths) के बीच में जोड़े गए हैं, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है | इन ऊष्माशयओं का तापमान $T_1 = 300\,K$ और $T_2 = 100\,K$ हैं | बड़े चालक की त्रिज्या छोटे चालक की त्रिज्या की दोगुनी है | छोटे चालक की ऊष्मा चालकता (thermal conductivity) K_1 है और बड़े चालक की ऊष्मा चालकता K_2 है | यदि स्थायी अवस्था (steady state) में, बेलनों के संधि (junction) का तापमान $200\,K$ हो, तब K_1/K_2 का मान __________ होगा |



www.careerindia

खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **दो** (02) अनुच्छेद हैं | प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित **दो (02) प्रश्न** दिए गए हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में **सिर्फ एक** विकल्प ही सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उस विकल्प को चुनें जो सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-

  पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया हैं |

  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |

  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

अनुच्छेद "X"

विद्युतचुम्बकीय सिद्धांत के अनुसार विद्युत् और चुम्बकीय परिघटनाओं (phenomena) के बीच संबंध होता है | इसलिए विद्युत और चुम्बकीय राशियों के विमाओं (dimensions) में भी संबंध होने चाहिए | निम्नलिखित प्रश्नों में $[E]$ और $[B]$ क्रमशः विद्युत और चुम्बकीय क्षेत्रों की विमाओं को दर्शाते हैं, जबकि $[\epsilon_0]$ और $[\mu_0]$ क्रमशः मुक्त आकाश (free space) की परावैद्युतांक (permittivity) और चुम्बकशीलता (permeability) की विमाओं को दर्शाते हैं | $[L]$ और $[T]$ क्रमशः लम्बाई और समय की विमायें हैं | सभी राशियाँ SI मात्रकों (units) में दी गयी हैं |

(अनुच्छेद "X" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमे से एक है)

Q.15 $[E]$ और $[B]$ के बीच में संबंध है

(A) $[E] = [B]\,[L]\,[T]$

(B) $[E] = [B]\,[L]^{-1}\,[T]$

(C) $[E] = [B]\,[L]\,[T]^{-1}$

(D) $[E] = [B]\,[L]^{-1}\,[T]^{-1}$

CAREERINDIA www.careerindia.com

अनुच्छेद "X"

विद्युतचुम्बकीय सिद्धांत के अनुसार विद्युत् और चुम्बकीय परिघटनाओं (phenomena) के बीच संबंध होता है | इसलिए विद्युत और चुम्बकीय राशियों के विमाओं (dimensions) में भी संबंध होने चाहिए | निम्नलिखित प्रश्नों में $[E]$ और $[B]$ क्रमशः विद्युत और चुम्बकीय क्षेत्रों की विमाओं को दर्शाते हैं, जबकि $[\epsilon_0]$ और $[\mu_0]$ क्रमशः मुक्त आकाश (free space) की परावैद्युतांक (permittivity) और चुम्बकशीलता (permeability) की विमाओं को दर्शाते हैं | $[L]$ और $[T]$ क्रमशः लम्बाई और समय की विमायें हैं | सभी राशियाँ SI मात्रकों (units) में दी गयी हैं |

(अनुच्छेद "X" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमे से एक है)

Q.16 $[\epsilon_0]$ और $[\mu_0]$ के बीच में संबंध है

(A) $[\mu_0] = [\epsilon_0]\,[L]^2\,[T]^{-2}$

(B) $[\mu_0] = [\epsilon_0]\,[L]^{-2}\,[T]^2$

(C) $[\mu_0] = [\epsilon_0]^{-1}\,[L]^2\,[T]^{-2}$

(D) $[\mu_0] = [\epsilon_0]^{-1}\,[L]^{-2}\,[T]^2$

www.careerindia.com

अनुच्छेद "A"

यदि सभी स्वतंत्र राशियों (independent quantities) की मापन त्रुटियाँ (measurement errors) ज्ञात हो, तो किसी निर्भर राशि (dependent quantity) की त्रुटि का परिकलन (calculation) किया जा सकता है | इस परिकलन में श्रेणी प्रसार (series expansion) का प्रयोग किया जाता है और इस प्रसार को त्रुटि (error) के पहले घात (first power) पर रून्डित (truncate) किया जाता है | उदाहरण स्वरूप, सम्बन्ध $z = x/y$ में यदि x, y और z की त्रुटियाँ क्रमशः $\Delta x,\ \Delta y$ और Δz हों, तो

$$z \pm \Delta z = \frac{x \pm \Delta x}{y \pm \Delta y} = \frac{x}{y}\left(1 \pm \frac{\Delta x}{x}\right)\left(1 \pm \frac{\Delta y}{y}\right)^{-1}.$$

$\left(1 \pm \frac{\Delta y}{y}\right)^{-1}$ का श्रेणी प्रसार, $\Delta y/y$ में पहले घात तक, $1 \mp (\Delta y/y)$ है | स्वतंत्र राशियों की आपेक्षिक त्रुटियाँ (relative errors) सदैव जोड़ी जाती हैं | इसलिए z की त्रुटि होगी

$$\Delta z = z\left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\right).$$

उपरोक्त परिकलन में $\Delta x/x \ll 1$, $\Delta y/y \ll 1$ माने गये हैं | इसलिए इन राशियों की उच्चतर घातें (higher powers) उपेक्षित हैं |

(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमे से एक है)

Q.17 एक विमा-रहित (dimensionless) राशि a को माप कर, एक अनुपात (ratio) $r = \frac{(1-a)}{(1+a)}$ का परिकलन करना है | यदि a की मापन की त्रुटि Δa है $(\Delta a/a \ll 1)$, तो r के परिकलन की त्रुटि Δr क्या होगी ?

(A) $\frac{\Delta a}{(1+a)^2}$

(B) $\frac{2\,\Delta a}{(1+a)^2}$

(C) $\frac{2\,\Delta \mathrm{a}}{(1-\mathrm{a}^2)}$

(D) $\frac{2a\,\Delta a}{(1-a^2)}$

www.careerindia.com

CAREERINDIA

अनुच्छेद "A"

यदि सभी स्वतंत्र राशियों (independent quantities) की मापन त्रुटियाँ (measurement errors) ज्ञात हो, तो किसी निर्भर राशि (dependent quantity) की त्रुटि का परिकलन (calculation) किया जा सकता है | इस परिकलन में श्रेणी प्रसार (series expansion) का प्रयोग किया जाता है और इस प्रसार को त्रुटि (error) के पहले घात (first power) पर रून्डित (truncate) किया जाता है | उदाहरण स्वरूप, सम्बन्ध $z = x/y$ में यदि x, y और z की त्रुटियाँ क्रमशः $\Delta x,\ \Delta y$ और Δz हों, तो

$$z \pm \Delta z = \frac{x \pm \Delta x}{y \pm \Delta y} = \frac{x}{y}\left(1 \pm \frac{\Delta x}{x}\right)\left(1 \pm \frac{\Delta y}{y}\right)^{-1}.$$

$\left(1 \pm \frac{\Delta y}{y}\right)^{-1}$ का श्रेणी प्रसार, $\Delta y/y$ में पहले घात तक, $1 \mp (\Delta y/y)$ है | स्वतंत्र राशियों की आपेक्षिक त्रुटियाँ (relative errors) सदैव जोड़ी जाती हैं | इसलिए z की त्रुटि होगी

$$\Delta z = z\left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\right).$$

उपरोक्त परिकलन में $\Delta x/x \ll 1$, $\Delta y/y \ll 1$ माने गये हैं | इसलिए इन राशियों की उच्चतर घातें (higher powers) उपेक्षित हैं |

(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमे से एक है)

Q.18 एक प्रयोग के आरंभ में रेडियोएक्टिव नाभिकों की संख्या 3000 है | प्रयोग के पहले 1.0 सेकंड में 1000 ± 40 नाभिकों का क्षय हो जाता है | यदि $|x| \ll 1$ हो, तो x के पहले घात तक $\ln(1+x) = x$ है | क्षयांक (decay constant) λ के निर्धारण में त्रुटि $\Delta\lambda$, s^{-1} में, है

(A) 0.04 (B) 0.03 (C) 0.02 (D) 0.01

www.careerindia.com

JEE (ADVANCED) 2018 PAPER 1
PART-II CHEMISTRY

खंड 1 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड मे **छह (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक *प्रश्न* के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही है(हैं)|
- प्रत्येक *प्रश्न* के लिए, *प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु सही विकल्प (विकल्पों) को चुने* |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक : **+4** यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है |

आंशिक अंक : **+3** यदि चारो विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है |

आंशिक अंक : **+2** यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं |

आंशिक अंक : **+1** यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प हैं |

शून्य अंक : **0** यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |

ऋण अंक : **-2** अन्य सभी परिस्थितियों में |

- **उदाहरण स्वरुप:** यदि किसी *प्रश्न के लिए केवल पहला, तीसरा एवं चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है; तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही +4 अंक मिलेंगे* / बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), *तीन सही विकल्पों में से सिर्फ दो को चुनने पर (*उदाहरंतः पहला तथा चौथा विकल्प) +2 अंक मिलेंगे | बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), *तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प*) +1 अंक मिलेंगे | कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), -2 अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो |

Q.1 यौगिक जो 300°C के नीचे ऊष्मा अपघटन (thermal decomposition) होने पर N_2 गैस उत्पन्न करता(करते) है (हैं)

(A) NH_4NO_3

(B) $(NH_4)_2Cr_2O_7$

(C) $Ba(N_3)_2$

(D) Mg_3N_2

www.careerindia.com

Q.2 द्वि-अंगी संक्रमण धातु कार्बोनिल यौगिकों (binary transition metal carbonyl compounds) के बारे में सही प्रकथन है (हैं)
(परमाणु क्रमांक: Fe = 26, Ni = 28)

(A) $Fe(CO)_5$ या $Ni(CO)_4$ में धातु केंद्र के संयोजकता कक्षा (valence shell) के इलेक्ट्रॉनों की संपूर्ण संख्या 16 है

(B) ये मुख्य रूप से निम्न प्रचक्रण (low spin) स्वभाव के होते है

(C) जब धातु की ऑक्सीकरण अवस्था कम की जाती है, तब धातु – कार्बन आबंध प्रबल होता है

(D) जब धातु की ऑक्सीकरण की अवस्था बढ़ायी जाती है, तब कार्बोनिल C−O आबंध दुर्बल होता है

www.careerindia.com

Q.3 वर्ग 15 के तत्वों के यौगिकों के आधार पर, सही प्रकथन है (हैं)

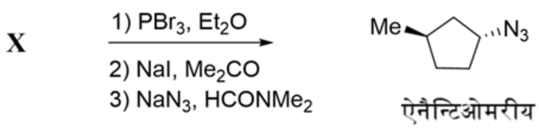
(A) Bi_2O_5, N_2O_5 से ज्यादा क्षारकीय (basic) है

(B) NF_3, BiF_3 से ज्यादा सहसंयोजक (covalent) है

(C) PH_3, NH_3 से निम्न तापमान पर उबलता है

(D) एकल N−N बंध, एकल P−P बंध से अधिक प्रबल है

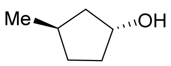
Q.4 निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम में X की सही संरचना (संरचनाएँ) है (हैं)



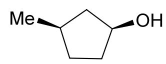
ऐनैन्टिओमरीय शुध्द

(enantiomerically pure)

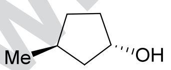
(A)



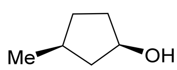
(B)



(C)



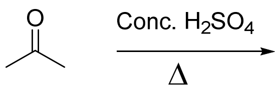
(D)



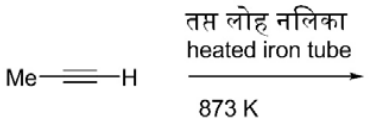
www.careerindia.com

Q.5 अभिक्रिया (अभिक्रियाएँ) जो 1,3,5-ट्राईमेथिलबेंजीन (1,3,5-trimethylbenzene) की रचना करती है (हैं)

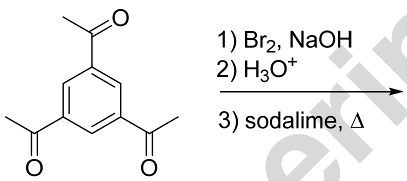
(A)



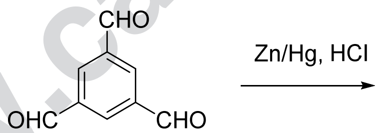
(B)



(C)

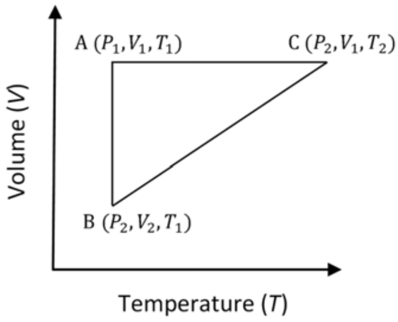


(D)



www.careerindia.com

Q.6 एक आदर्श गैस के लिए एक उत्क्रमणीय चक्रीय प्रक्रम (reversible cyclic process) नीचे आकृति में दिखाया गया है| यहाँ P, V और T, क्रमशः दाब, आयतन और तापमान हैं| ऊष्मागतिक प्राचल q, w, H, और U, क्रमशः ऊष्मा, कार्य, एन्थैल्पी, और आंतरिक उर्जा हैं|



सही विकल्प है (हैं)

(A) $q_{AC} = \Delta U_{BC}$ और $w_{AB} = P_2(V_2 - V_1)$

(B) $w_{BC} = P_2(V_2 - V_1)$ और $q_{BC} = \Delta H_{AC}$

(C) $\Delta H_{CA} < \Delta U_{CA}$ और $q_{AC} = \Delta U_{BC}$

(D) $q_{BC} = \Delta H_{AC}$ और $\Delta H_{CA} > \Delta U_{CA}$

www.careerindia.com

CAREERINDIA

खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **आठ (08)** प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, **दशमलव के द्वितीय स्थान तक** रूण्डित/ निकटित; उदाहरणतः 6.25, 7.00, -0.33, -.30, 30.27, -127.30) को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-
  पूर्ण अंक : +3 यदि **सिर्फ** सही संख्यात्मक मान (Numerical value) **ही** उत्तर स्वरुप दर्ज किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.7 नीचे दिये गये स्पीशीज (species) में से प्रतिचुम्बकीय (diamagnetic) स्पीशीज की संपूर्ण संख्या ___ है|

H परमाणु, NO_2 एकलक (monomer), O_2^- सुपरऑक्साइड (superoxide), वाष्प अवस्था में द्वितनयित सल्फर (dimeric sulphur), Mn_3O_4, $(NH_4)_2[FeCl_4]$, $(NH_4)_2[NiCl_4]$, K_2MnO_4, K_2CrO_4

Q.8 अमोनियम सल्फेट की कैल्शियम हाइड्रोक्साइड के साथ विवेचन करके बनाये गये अमोनिया को $NiCl_2.6H_2O$ द्वारा पूरी तरह से एक स्थिर उपसहसंयोजन यौगिक (coordination compound) बनाने में उपयोग किया गया | मानिये कि दोनों अभिक्रियाएँ 100% पूर्ण है | यदि 1584 g अमोनियम सल्फेट और 952 g $NiCl_2.6H_2O$ इस विरचन में उपयोग किये गये हैं, तो इस प्रकार उत्पादित जिप्सम (gypsum) और निकल-अमोनिया उपसहसंयोजक यौगिक का संयुक्त भार (combined weight) (ग्राम में) ____ है|

(परमाणु भार g mol^{-1} में: H = 1, N = 14, O = 16, S = 32, Cl = 35.5, Ca = 40, Ni = 59)

www.careerindia.com

Q.9 NaCl संरचना के एक आयनिक ठोस MX पर विचार करें | एक नयी संरचना (Z) का निर्माण करें जिसकी एकक कोष्ठिका (unit cell) का निर्माण MX की एकक कोष्ठिका से नीचे दी गयीं अनुक्रमिक अनुदेशों के अनुसरण द्वारा किया गया है | चार्ज (charge) संतुलन की उपेक्षा करें |

(i) केंद्र वाले को छोड़ कर सभी ऋणायनों (X) को हटायें

(ii) सभी फलक-केन्द्रित (face centred) धनायनों (M) को ऋणायनों (X) से बदलें

(iii) सभी कोनों से धनायनों (M) को हटायें

(iv) केंद्रीय ऋणायन (X) को धनायन (M) से बदलें

Z में $\left(\frac{\text{ऋणायनों की संख्या}}{\text{धनायनों की संख्या}}\right)$ का मान _____ है|

Q.10 वैद्युतरासायनिक सेल

$$Mg(s)\,|\,Mg^{2+}(aq, 1\text{ M})\,||\,Cu^{2+}(aq, 1\text{ M})\,|\,Cu(s)$$

के लिए, 300 K पर सेल का मानक (standard) emf 2.70 V है | जब Mg^{2+} की सांद्रता x M में परिवर्तित की गयी, तब 300 K पर सेल विभव (cell potential) 2.67 V में परिवर्तित हो जाता है | x का मान ____ है|

(दिया गया है, $\frac{F}{R}$ = 11500 K V^{-1}, जहाँ F फैराडे स्थिरांक (Faraday constant) और R गैस स्थिरांक हैं, ln(10) = 2.30)

www.careerindia.com

Q.11 एक बंद टंकी के A और B दो कक्ष हैं, दोनों ऑक्सीजन (आदर्श गैस माना गया है) से भरे हैं | दोनों कक्षों को अलग करने वाला विभाजक स्थिर है और वह परिपूर्ण ऊष्मारोधी (perfect heat insulator) है (Figure 1) | यदि पुराने विभाजक को नए विभाजक से प्रतिस्थापित किया जाये, जो फिसल सकता है तथा ऊष्मावाहक है, परन्तु गैस को आरपार रिसने **नहीं** देता (Figure 2), तो निकाय के साम्यावस्था में पहुँचने पर कक्ष A का आयतन (m^3 में) ____ है|

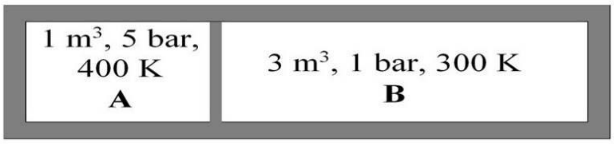


Figure 1

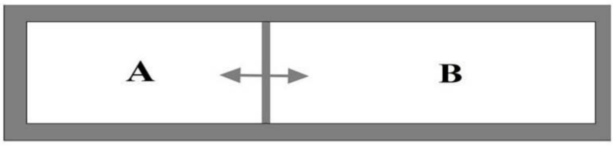


Figure 2

www.careerindia.com

Q.12 द्रव A तथा B संयोजन के संपूर्ण परास में आदर्श विलयन बनाते हैं | T तापमान पर, द्रव A तथा B के सममोलर द्विअंगी विलयन का वाष्प दाब 45 Torr है | इसी ताप पर, द्रव A तथा B के क्रमशः x_A तथा x_B मोलअंश वाले नए विलयन का वाष्प दाब 22.5 Torr है | नए विलयन में x_A / x_B का मान ____ है |

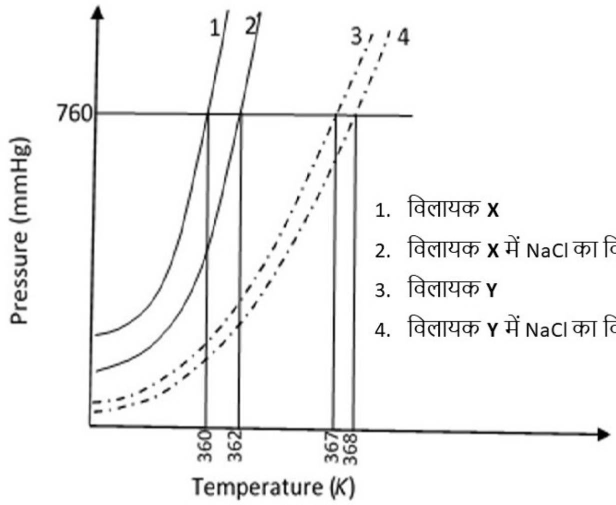
(दिया गया है कि शुद्ध द्रव A का तापमान T पर वाष्प दाब 20 Torr है)

Q.13 pH 3 पर दुर्बल अम्ल (AB) के लवण की विलेयता $Y \times 10^{-3}$ mol L^{-1} है | Y का मान ____ है |

(दिया गया है AB के विलेयता गुणनफल का मान (K_{sp}) = 2×10^{-10} और HB के आयनन स्थिरांक का मान (K_a) = 1×10^{-8})

www.careerindia.com

Q.14 नीचे दिया गया आलेख दो विलायकों X और Y तथा इन विलायकों में NaCl के सममोलल विलयन का $P-T$ वक्र रेखाएं (जहाँ P दाब है तथा T तापमान है) दिखाता है | NaCl इन दोनों विलायकों में पूर्णतया वियोजित होता है |



एक अवाष्पशील विलेय S के समान मोलों की संख्या को इन विलायकों की समान मात्रा (kg में) में डालने पर विलायक X का क्वथनांक उन्नयन (elevation of boiling point) विलायक Y से तीन गुणा है | विलेय S इन विलायकों में द्वितयीकरण (dimerization) के लिए जाना जाता है | यदि विलायक Y में द्वितयीकरण की मात्रा (degree of dimerization) 0.7 है, तो विलायक X में द्वितयीकरण की मात्रा ____ है|

www.careerindia.com

खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)

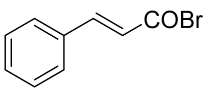
- इस खंड में **दो (02)** अनुच्छेद हैं | प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित **दो (02) प्रश्न** दिए गए हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में **सिर्फ एक** विकल्प ही सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उस विकल्प को चुनें जो सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-
  पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया हैं |
  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |
  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

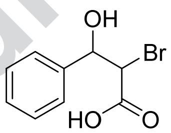
अनुच्छेद "X"

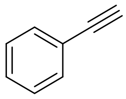
निर्जल $AlCl_3/CuCl$ की उपस्थिति में बेंजीन के CO/HCl के साथ विवेचन के पश्चात $Ac_2O/NaOAc$ की अभिक्रिया, यौगिक X एक मुख्य उत्पाद के रूप में देती है | यौगिक X, Br_2/Na_2CO_3 के साथ अभिक्रिया के पश्चात भीगे KOH के साथ 473 K पर गर्म करने पर Y मुख्य उत्पाद के रूप में देता है | X की $H_2/Pd\text{-}C$ के साथ अभिक्रिया के पश्चात H_3PO_4 का विवेचन मुख्य उत्पाद के रूप में Z देता है |

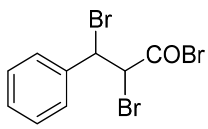
(अनुच्छेद "X" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमे से एक है)

Q.15 यौगिक Y है

(A)


(B)


(C)


(D)


www.careerindia.com

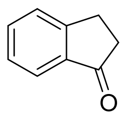
CAREERINDIA

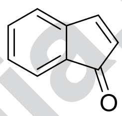
अनुच्छेद "X"

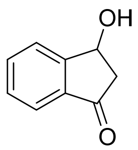
निर्जल $AlCl_3/CuCl$ की उपस्थिति में बेंजीन के CO/HCl के साथ विवेचन के पश्चात $Ac_2O/NaOAc$ की अभिक्रिया, यौगिक X एक मुख्य उत्पाद के रूप में देती है | यौगिक X, Br_2/Na_2CO_3 के साथ अभिक्रिया के पश्चात भीगे KOH के साथ 473 K पर गर्म करने पर Y मुख्य उत्पाद के रूप में देता है | X की H_2/Pd-C के साथ अभिक्रिया के पश्चात H_3PO_4 का विवेचन मुख्य उत्पाद के रूप में Z देता है |

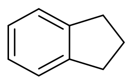
(अनुच्छेद "X" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमे से एक है)

Q.16 यौगिक Z है

(A) 

(B) 

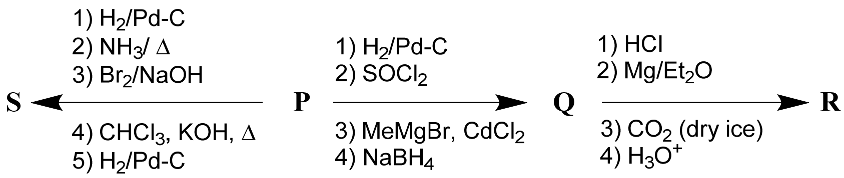
(C) 

(D) 

www.careerindia.com

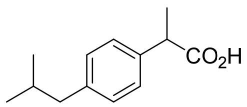
अनुच्छेद "A"

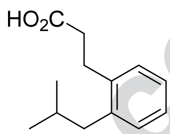
एक कार्बनिक अम्ल **P** ($C_{11}H_{12}O_2$) का आसानी से द्विक्षारकीय अम्ल (dibasic acid) में ऑक्सीकरण किया जा सकता है, जो एथिलीन ग्लाइकोल के साथ अभिक्रिया करने पर एक बहुलक डेक्रोन (dacron) उत्पादित करता है | ओज़ोनोलिसिस होने पर, **P** एक ऐलिफैटिक कीटोन, एक उत्पाद के रूप में देता है | **P** निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रमों में **Q** बनाकर **R** देता है | यौगिक **P** दूसरी अभिक्रियाओं के समुच्चय से भी होकर **S** उत्पादित करता है |

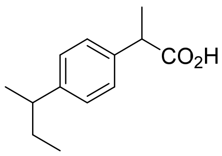


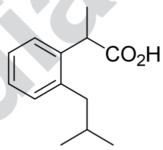
(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमे से एक है)

Q.17 यौगिक **R** है

(A) 

(B) 

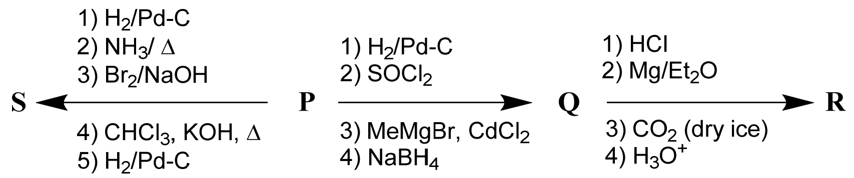
(C) 

(D) 

www.careerindia.com

अनुच्छेद "A"

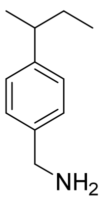
एक कार्बनिक अम्ल **P** ($C_{11}H_{12}O_2$) का आसानी से द्विक्षारकीय अम्ल (dibasic acid) में ऑक्सीकरण किया जा सकता है, जो एथिलीन ग्लाइकोल के साथ अभिक्रिया करने पर एक बहुलक डेक्रोन (dacron) उत्पादित करता है | ओज़ोनोलिसिस होने पर, **P** एक ऐलिफैटिक कीटोन, एक उत्पाद के रूप में देता है | **P** निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रमों में **Q** बनाकर **R** देता है | यौगिक **P** दूसरी अभिक्रियाओं के समुच्चय से भी होकर **S** उत्पादित करता है |



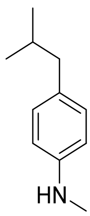
(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमे से एक है)

Q.18 यौगिक **S** है

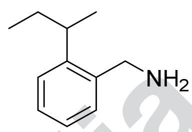
(A)



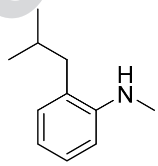
(B)



(C)



(D)



www.careerindia.com

JEE (ADVANCED) 2018 PAPER 1
PART-III MATHEMATICS

खंड 1 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड मे **छह (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक *प्रश्न* के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही है(हैं)|
- प्रत्येक *प्रश्न* के लिए, *प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु सही विकल्प (विकल्पों) को चुने* |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है |

आंशिक अंक : +3 यदि चारो विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है |

आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं |

आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प हैं |

शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |

ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में |

- **उदाहरण स्वरुप:** यदि किसी *प्रश्न के लिए केवल पहला, तीसरा एवं चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है; तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही +4 अंक मिलेंगे* / बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), *तीन सही विकल्पों में से सिर्फ दो को चुनने पर* (उदाहरंतः पहला तथा चौथा विकल्प) +2 अंक मिलेंगे | बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), *तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प*) +1 अंक मिलेंगे | कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), -2 अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो |

www.careerindia.com

Q.1 किसी शून्येत्तर (non-zero) सम्मिश्र संख्या (complex number) z के लिये, माना कि $\arg(z)$ इसके मुख्य कोणांक (principal argument) को दर्शाता है, जहाँ $-\pi < \arg(z) \leq \pi$ | तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन **असत्य** है (हैं)?

(A) $\arg(-1-i) = \frac{\pi}{4}$, जहाँ $i = \sqrt{-1}$

(B) फलन (function) $f: \mathbb{R} \to (-\pi, \pi]$, जो सभी $t \in \mathbb{R}$ के लिये $f(t) = \arg(-1+it)$ के द्वारा परिभाषित है, $\mathbb{R}$ के सभी बिंदुओं पर संतत (continuous) है, जहाँ $i = \sqrt{-1}$

(C) किन्ही भी दो शून्येत्तर सम्मिश्र संख्याओं z_1 और z_2 के लिए
$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) - \arg(z_1) + \arg(z_2)$
2π का एक पूर्णांक गुणज (integer multiple) है

(D) किन्ही भी तीन दी गयी भिन्न (distinct) सम्मिश्र संख्याओं z_1, z_2 और z_3 के लिये,
प्रतिबंध (condition) $\arg\left(\frac{(z-z_1)(z_2-z_3)}{(z-z_3)(z_2-z_1)}\right) = \pi$,
को संतुष्ट करने वाले बिंदु z का बिंदुपथ (locus) एक सरल रेखा (straight line) पर स्थित है

www.careerindia.com

Q.2 एक त्रिभुज (triangle) PQR में, माना कि $\angle PQR = 30^\circ$ और भुजाओं PQ और QR की लम्बाइयां क्रमशः $10\sqrt{3}$ और 10 हैं | तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन **सत्य** है (हैं)?

(A) $\angle QPR = 45^\circ$

(B) त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल (area) $25\sqrt{3}$ है और $\angle QRP = 120^\circ$

(C) त्रिभुज PQR के अंतर्वृत्त (incircle) की त्रिज्या (radius) $10\sqrt{3} - 15$ है

(D) त्रिभुज PQR के परिवृत्त (circumcircle) का क्षेत्रफल $100\,\pi$ है

Q.3 माना कि P_1: $2x + y - z = 3$ और P_2: $x + 2y + z = 2$ दो समतल (plane) हैं | तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन **सत्य** है (हैं)?

(A) P_1 और P_2 की प्रतिच्छेदन रेखा (line of intersection) के दिक्-अनुपात (direction ratios) $1, 2, -1$ हैं

(B) रेखा

$$\frac{3x-4}{9} = \frac{1-3y}{9} = \frac{z}{3}$$

P_1 और P_2 की प्रतिच्छेदन रेखा पर लम्बवत (perpendicular) है

(C) P_1 और P_2 के बीच का न्यून कोण (acute angle) 60° है

(D) यदि समतल P_3, बिंदु $(4, 2, -2)$ से गुजरता है तथा P_1 और P_2 की प्रतिच्छेदन रेखा के लम्बवत है, तब बिंदु $(2, 1, 1)$ की समतल P_3 से दूरी $\frac{2}{\sqrt{3}}$ है

www.careerindia.com

CAREERINDIA

Q.4 प्रत्येक द्विअवकलनीय (twice differentiable) फलन (function) $f: \mathbb{R} \to [-2, 2]$, जहाँ $(f(0))^2 + (f'(0))^2 = 85$, के लिये निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन **सत्य** है (हैं)?

(A) ऐसे $r, s \in \mathbb{R}$, जहाँ $r < s$, का अस्तित्व (existence) है जिनके लिये f खुले अंतराल (open interval) (r, s) पर एकैक (one-one) है

(B) ऐसे $x_0 \in (-4, 0)$ का अस्तित्व है जिसके लिये $|f'(x_0)| \leq 1$

(C) $\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$

(D) ऐसे $\alpha \in (-4, 4)$ का अस्तित्व है जिसके लिये $f(\alpha) + f''(\alpha) = 0$ और $f'(\alpha) \neq 0$

Q.5 माना कि $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ और $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ दो चर (non-constant) और अवकलनीय (differentiable) फलन (function) हैं | यदि

$$f'(x) = \left(e^{(f(x)-g(x))}\right)g'(x) \quad \text{सभी } x \in \mathbb{R} \text{ के लिये}$$

और $f(1) = g(2) = 1$, तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन **सत्य** है (हैं)?

(A) $f(2) < 1 - \log_e 2$

(B) $f(2) > 1 - \log_e 2$

(C) $g(1) > 1 - \log_e 2$

(D) $g(1) < 1 - \log_e 2$

www.careerindia.com

Q.6 माना कि $f:[0,\infty)\rightarrow\mathbb{R}$ एक ऐसा संतत फलन (continuous function) है कि

$$f(x)=1-2x+\int_0^x e^{x-t}f(t)dt$$

सभी $x\in[0,\infty)$ के लिये | तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन **सत्य** है (हैं)?

(A) वक्र (curve) $y=f(x)$ बिंदु $(1,2)$ से गुजरता है

(B) वक्र (curve) $y=f(x)$ बिंदु $(2,-1)$ से गुजरता है

(C) क्षेत्र (region) $\{(x,y)\in[0,1]\times\mathbb{R}: f(x)\le y\le\sqrt{1-x^2}\}$ का क्षेत्रफल (area) $\frac{\pi-2}{4}$ है

(D) क्षेत्र (region) $\{(x,y)\in[0,1]\times\mathbb{R}: f(x)\le y\le\sqrt{1-x^2}\}$ का क्षेत्रफल $\frac{\pi-1}{4}$ है

www.careerindia.com

CAREERINDIA

खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **आठ (08)** प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE)** है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, **दशमलव के द्वितीय स्थान तक** रूण्डित/ निकटित; उदाहरणतः 6.25, 7.00, -0.33, -.30, 30.27, -127.30) को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-

  पूर्ण अंक : +3 यदि **सिर्फ** सही संख्यात्मक मान (Numerical value) **ही** उत्तर स्वरुप दर्ज किया गया है |

  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.7 $((\log_2 9)^2)^{\frac{1}{\log_2(\log_2 9)}} \times (\sqrt{7})^{\frac{1}{\log_4 7}}$ का मान है ______ |

Q.8 उन 5 अंकीय (digits) संख्याओं (numbers), जो 4 से विभाज्य (divisible) हैं, जिनके अंक समुच्चय (set) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ में से हैं और अंको की पुनरावृत्ति (repetition) की अनुमति है, की संख्या है ______ |

Q.9 माना कि X समान्तर श्रेणी (arithmetic progression) $1, 6, 11, \ldots$ के प्रथम 2018 पदों का समुच्चय (set) है, और Y समान्तर श्रेणी $9, 16, 23, \ldots$ के प्रथम 2018 पदों का समुच्चय है | तब समुच्चय $X \cup Y$ में अवयवों (elements) की संख्या है _____ |

www.careerindia.com

Q.10 समीकरण

$$\sin^{-1}\left(\sum_{i=1}^{\infty} x^{i+1} - x\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{x}{2}\right)^{i}\right) = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\sum_{i=1}^{\infty}\left(-\frac{x}{2}\right)^{i} - \sum_{i=1}^{\infty}(-x)^{i}\right)$$

के उन वास्तविक हलों (real solutions) की संख्या जो अन्तराल (interval) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ में विद्यमान हैं, है _____ |

(यहाँ प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (inverse trigonometric function) $\sin^{-1}x$ और $\cos^{-1}x$ क्रमश: $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ व $[0, \pi]$ में मान धारण करते हैं |)

Q.11 प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक (positive integer) n के लिये, माना कि

$$y_n = \frac{1}{n}\left((n+1)(n+2)\cdots(n+n)\right)^{\frac{1}{n}}.$$

$x \in \mathbb{R}$ के लिये माना कि $[x]$, x से छोटा या x के बराबर महत्तम पूर्णांक (greatest integer) है | यदि $\lim_{n\to\infty} y_n = L$, तब $[L]$ का मान है _____ |

Q.12 माना कि $\vec{a}$ और $\vec{b}$ दो ऐसे इकाई सदिश (unit vector) हैं कि $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$ | किन्ही $x, y \in \mathbb{R}$ के लिये माना कि $\vec{c} = x\,\vec{a} + y\,\vec{b} + (\vec{a}\times\vec{b})$ | यदि $|\vec{c}| = 2$ और सदिश $\vec{c}$ सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ दोनों के साथ समान कोण α बनाता है, तब $8\cos^2\alpha$ का मान है ____ |

Q.13 माना कि a, b, c ऐसी तीन शून्येत्तर (non-zero) वास्तविक संख्याएं (real numbers) हैं जिनके लिये समीकरण

$$\sqrt{3}\,a\cos x + 2\,b\sin x = c,\quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right],$$

के दो भिन्न वास्तविक मूल (distinct real roots) α, β हैं, जहाँ $\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}$ | तब $\frac{b}{a}$ का मान है ____ |

www.careerindia.com

Q.14 एक किसान F_1 के पास एक त्रिभुजाकार (triangular) भूमि है जिसके शीर्ष (vertices) $P(0,0)$, $Q(1,1)$ और $R(2,0)$ पर हैं | एक पड़ोसी किसान F_2 इस भूमि से उस क्षेत्र को ले लेता है जो कि भुजा PQ और $y = x^n$ $(n > 1)$ के रूप वाले वक्र (curve) के बीच स्थित है | यदि किसान F_2 द्वारा लिये गये क्षेत्र (region) का क्षेत्रफल (area) ΔPQR के क्षेत्रफल का ठीक 30% है, तब n का मान है _____ |

www.careerindia.com

CAREERINDIA

खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **दो** (02) अनुच्छेद हैं | प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित **दो** (02) **प्रश्न** दिए गए हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में **सिर्फ एक** विकल्प ही सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उस विकल्प को चुनें जो सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-

  पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया हैं |

  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |

  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

अनुच्छेद "X"

माना कि S एक वृत्त (circle) है जो xy-समतल (plane) में समीकरण (equation) $x^2 + y^2 = 4$ के द्वारा परिभाषित है |

(अनुच्छेद "X" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमे से एक है)

Q.15 माना कि E_1E_2 और F_1F_2 वृत्त S की ऐसी जीवायें (chords) हैं जो बिंदु $P_0\,(1,1)$ से गुजरती हैं और क्रमश: x-अक्ष (axis) व y-अक्ष के समान्तर (parallel) हैं | माना कि G_1G_2, S की वह जीवा है जो P_0 से गुजरती है और जिसकी प्रवणता (slope) -1 है | माना कि E_1 और E_2 पर S की स्पर्शियाँ (tangents) E_3 पर मिलती हैं, F_1 और F_2 पर S की स्पर्शियाँ F_3 पर मिलती हैं, तथा G_1 और G_2 पर S की स्पर्शियाँ G_3 पर मिलती हैं | तब वह वक्र (curve) जिस पर बिंदु E_3, F_3 और G_3 स्थित हैं, है

(A) $x + y = 4$

(B) $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 16$

(C) $(x-4)(y-4) = 4$

(D) $xy = 4$

www.careerindia.com

CAREERINDIA

अनुच्छेद "X"

माना कि S एक वृत्त (circle) है जो xy-समतल (plane) में समीकरण (equation) $x^2 + y^2 = 4$ के द्वारा परिभाषित है |

(अनुच्छेद "X" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमे से एक है)

Q.16 माना कि P वृत्त S पर स्थित एक ऐसा बिंदु है जिसके दोनों निर्देशांक (coordinates) धनात्मक (positive) हैं | माना कि वृत्त S के बिंदु P पर स्पर्शी (tangent) निर्देशांक अक्षों (coordinate axes) को बिन्दुओं M और N पर प्रतिच्छेद (intersects) करती है | तब वह वक्र (curve) जिस पर रेखाखंड (line segement) MN का मध्य बिंदु (mid-point) अनिवार्य रूप से स्थित है, है

(A) $(x+y)^2 = 3xy$

(B) $x^{2/3} + y^{2/3} = 2^{4/3}$

(C) $x^2 + y^2 = 2xy$

(D) $x^2 + y^2 = x^2 y^2$

www.careerindia.com

अनुच्छेद "A"

एक संगीत की कक्षा में पाँच छात्र S_1, S_2, S_3, S_4 और S_5 हैं और उनके लिए बैठने के पाँच स्थान (seat) R_1, R_2, R_3, R_4 और R_5 एक पंक्ति में व्यवस्थित हैं, जहाँ शुरूआत में स्थान R_i छात्र S_i $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$ को आवंटित (allot) किया जाता है | लेकिन परीक्षा के दिन, पाँचों छात्रों को पाँच स्थान यादृच्छिक (randomly) आवंटित किये जाते हैं |

(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमे से एक है)

Q.17 परीक्षा के दिन छात्र S_1 को उसका पूर्व आवंटित स्थान R_1 मिलने तथा शेष छात्रों में से किसी को भी उसका पूर्व आवंटित स्थान **नहीं** मिलने की प्रायिकता (probability) है

(A) $\frac{3}{40}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{7}{40}$ (D) $\frac{1}{5}$

अनुच्छेद "A"

एक संगीत की कक्षा में पाँच छात्र S_1, S_2, S_3, S_4 और S_5 हैं और उनके लिए बैठने के पाँच स्थान (seat) R_1, R_2, R_3, R_4 और R_5 एक पंक्ति में व्यवस्थित हैं, जहाँ शुरूआत में स्थान R_i छात्र S_i $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$ को आवंटित (allot) किया जाता है | लेकिन परीक्षा के दिन, पाँचों छात्रों को पाँच स्थान यादृच्छिक (randomly) आवंटित किये जाते हैं |

(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमे से एक है)

Q.18 माना कि T_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ उस घटना को दर्शाता है कि परीक्षा के दिन छात्र S_i और S_{i+1} एक दूसरे के साथ-साथ (adjacent to each other) **नहीं** बैठते हैं | तब घटना $T_1 \cap T_2 \cap T_3 \cap T_4$ की प्रायिकता है

(A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{1}{10}$ (C) $\frac{7}{60}$ (D) $\frac{1}{5}$

प्रश्न पत्र का अंत

www.careerindia.com