

समय : 3 घण्टे  
Time : 3 Hours

पेपर-2  
PAPER-2

Code **3**

महत्तम अंक : 180  
Max. Marks : 180

कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें। आपको 5 मिनट विशेष रूप से इस काम के लिए दिये गये हैं।  
Please read the instructions carefully. You are allotted 5 minutes specifically for this purpose.

निर्देश / INSTRUCTIONS :	
<b>A. सामान्य :</b> 1. यह पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहरें तब तक न तोड़ें जब तक निरीक्षकों के द्वारा इसका निर्देश न दिया जाये।	<b>A. General :</b> This booklet is your Question Paper. Do not break the seals of this booklet before being instructed to do so by the invigilators.
2. प्रश्नपत्र का कोड (CODE) इस पृष्ठ के ऊपरी दाएँ कोने और इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ (पृष्ठ संख्या 44) पर छपा है।	The question paper CODE is printed on the right hand top corner of this sheet and on the back page (Page No. 44) of this booklet.
3. कच्चे काम के लिये खाली पृष्ठ और खाली जगह इस पुस्तिका में ही है। कच्चे काम के लिए कोई अतिरिक्त कागज नहीं दिया जायेगा।	Blank spaces and blank pages are provided in the question paper for your rough work. No additional sheets will be provided for rough work.
4. कोरे कागज, क्लिप बोर्ड (CLIP BOARD), लॉग तालिका, स्लाइडरूल, कैल्कुलेटर, कैमरा, सेलफोन, पेजर और किसी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरण परीक्षा कम में अनुमत नहीं है।	Blank papers, clipboards, log tables, slide rules, calculators, cameras, cellular phones, pagers, and electronic gadgets are NOT allowed inside the examination hall.
5. इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिए गए स्थान में अपना नाम और रोल नम्बर लिखिए।	Write your name and roll number in the space provided on the back cover of this booklet.
6. प्रश्नों के उत्तर और अपनी व्यक्तिगत जानकारियाँ एक दो-भाग कार्बन रहित कागज, जो अलग से दिया जायेगा, पर भरी जायेंगी। परीक्षा समाप्ति के बाद निरीक्षक के निर्देश पर ही यह भाग अलग करने हैं। ऊपरी पृष्ठ मशीन-जाँच ऑब्जेक्टिव रेस्पांस शीट (ओ.आर.एस., ORS) है जो निरीक्षक द्वारा वापस ले ली जायेगी। निचला पृष्ठ आप परीक्षा के बाद अपने साथ ले जा सकते हैं।	Answers to the questions and personal details are to be filled on a two-part carbon-less paper, which is provided separately. These parts should only be separated at the end of the examination when instructed by the invigilator. The upper sheet is a machine-gradable Objective Response Sheet (ORS) which will be retained by the invigilator. You will be allowed to take away the bottom sheet at the end of the examination.
7. ऊपरी मूल पृष्ठ के बुलबुलों (BUBBLES) को काले बॉल प्वाइंट कलम से काला करें। इतना दबाव डालें कि निचले डुप्लीकेट पृष्ठ पर निशान बन जाये।	Using a black ball point pen, darken the bubbles on the upper original sheet. Apply sufficient pressure so that the impression is created on the bottom sheet.
8. ओ.आ.एस. (ORS) या इस पुस्तिका में हेर-फेर/विकृति न करें।	DO NOT TAMPER WITH/MUTILATE THE ORS OR THE BOOKLET.
9. इस पुस्तिका की मुहरें तोड़ने के पश्चात् कृपया जाँच लें कि इसमें 44 पृष्ठ हैं और सभी 60 प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पड़े जा सकते हैं। सभी खंडों के प्रारंभ में दिये हुए निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।	On breaking the seals of the booklet check that it contains 44 pages and all the 60 questions and corresponding answer choices are legible. Read carefully the Instructions printed at the beginning of each section.
<b>B. ओ.आर.एस (ORS) के दाएँ भाग को भरना</b> 10. ओ.आर.एस के दाएँ और बाएँ भाग में भी कोड छपे हुए हैं।	<b>B. Filling the Right Part of the ORS</b> The ORS has CODE printed on its left and right parts.
11. जाँच लें कि ओ.आर.एस० (दोनों पृष्ठों) पर छपा कोड इस पुस्तिका पर छपे कोड के समान ही है और निर्धारित जगह में अपने हस्ताक्षर करके यह जाँच करना स्वीकार करें।	Check that the same CODE is printed on the ORS (on both sheets) is the same as that on this booklet and put your signature affirming that you have verified this.
12. यदि कोड भिन्न है तो इस पुस्तिका को बदलने की माँग करें।	IF THE CODES DO NOT MATCH, ASK FOR A CHANGE OF THE BOOKLET.

# PART - I : PHYSICS

## SECTION – 1 : (One or more options correct Type)

खण्ड – 1 : (एक या अधिक सही विकल्प प्रकार)

This section contains **8 multiple choice questions**. Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONE** or **MORE** are correct.

इस खण्ड में **8 बहुविकल्प प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से **एक या अधिक** सही है।

1. Two bodies, each of mass  $M$ , are kept fixed with a separation  $2L$ . A particle of mass  $m$  is projected from the midpoint of the line joining their centres, perpendicular to the line. The gravitational constant is  $G$ . The correct statement(s) is (are) :

- (A) The minimum initial velocity of the mass  $m$  to escape the gravitational field of the two bodies is  $4\sqrt{\frac{GM}{L}}$ .
- (B) The minimum initial velocity of the mass  $m$  to escape the gravitational field of the two bodies is  $2\sqrt{\frac{GM}{L}}$ .
- (C) The minimum initial velocity of the mass  $m$  to escape the gravitational field of the two bodies is  $\sqrt{\frac{2GM}{L}}$ .
- (D) The energy of the mass  $m$  remains constant.

दो पिण्डों जिनमें प्रत्येक का द्रव्यमान  $M$  है, के बीच की दूरी को  $2L$  स्थिर रखा गया है। इन पिण्डों के केन्द्रों को जोड़ने वाली रेखा के मध्य बिन्दु से, एक  $m$  द्रव्यमान का कण लम्बवत् प्रक्षेपित किया जाता है। गुरुत्वाकर्षण नियतांक  $G$  है। सही प्रकथन है/हैं –

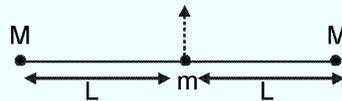
- (A) दो पिण्डों के गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र से पलायन के लिए द्रव्यमान  $m$  का न्यूनतम प्रारम्भिक वेग  $4\sqrt{\frac{GM}{L}}$  है।
- (B) दो पिण्डों के गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र से पलायन के लिए द्रव्यमान  $m$  का न्यूनतम प्रारम्भिक वेग  $2\sqrt{\frac{GM}{L}}$  है।
- (C) दो पिण्डों के गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र से पलायन के लिए द्रव्यमान  $m$  का न्यूनतम प्रारम्भिक वेग  $\sqrt{\frac{2GM}{L}}$  है।
- (D) द्रव्यमान  $m$  की ऊर्जा सदैव स्थिर रहती है।

**Ans (B,D)**

**Sol** Applying energy conservation. (ऊर्जा संरक्षण लगाने पर)

$$-\frac{GM \cdot 2m}{L} + \frac{1}{2}mv^2 = 0 + 0$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{4GM}{L}}$$



2. A particle of mass  $m$  is attached to one end of a mass-less spring of force constant  $k$ , lying on a frictionless horizontal plane. The other end of the spring is fixed. The particle starts moving horizontally from its equilibrium position at time  $t = 0$  with an initial velocity  $u_0$ . When the speed of the particle is  $0.5 u_0$ , it collides elastically with a rigid wall. After this collision :

(A) the speed of the particle when it returns to its equilibrium position is  $u_0$  .

(B) the time at which the particle passes through the equilibrium position for the first time is  $t = \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  .

(C) the time at which the maximum compression of the spring occurs is  $t = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}}$  .

(D) the time at which the particle passes throughout the equilibrium position for the second time is  $t = \frac{5\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}}$  .

घर्षणहीन क्षैतिज तल पर पड़ी हुई  $k$  बल स्थिरांक की द्रव्यमान रहित स्प्रिंग के एक सिरे से  $m$  द्रव्यमान का कण जुड़ा हुआ है। इस स्प्रिंग का दूसरा सिरा बद्ध है। यह कण अपनी साम्यावस्था से समय  $t = 0$  पर प्रारम्भिक क्षैतिज वेग  $u_0$  से गतिमान हो रहा है। जब कण की गति  $0.5 u_0$  होती है, यह एक दृढ़ दीवार से प्रत्यास्थ संघट्ट करता है। इस संघट्ट के बाद –

(A) जब कण अपनी साम्यावस्था से लौटता है इसकी गति  $u_0$  होती है।

(B) जब कण अपनी साम्यावस्था से पहली बार गुजरता है वह समय  $t = \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  है।

(C) जब स्प्रिंग से सम्पीड़न अधिकतम होता है वह समय  $t = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}}$  है।

(D) जब कण अपनी साम्यावस्था से दूसरी बार गुजरता है वह समय  $t = \frac{5\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}}$  है।

**Ans. (A,D)**

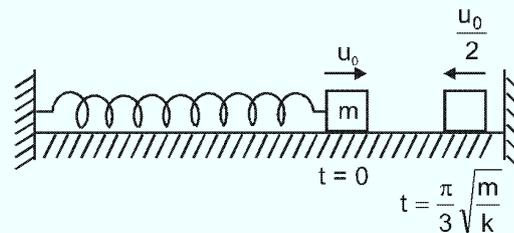
**Sol** Displacement  $x = A \sin \omega t$

$$\text{Velocity } v = A\omega \cos \omega t = \frac{\omega A}{2}$$

At the time of collision

$$\cos \omega t = \frac{1}{2}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}}$$



for (C) 
$$\text{time} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$= \frac{5\pi}{6} \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ (So it is incorrect)}$$

for (D) 
$$\text{time} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}} + \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$= \frac{5\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ (So it is correct).}$$

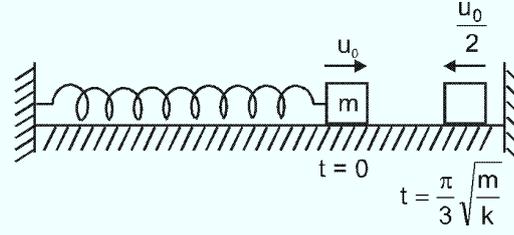
**Hindi** विस्थापन  $x = A \sin \omega t$

$$\text{वेग } v = A\omega \cos \omega t = \frac{\omega A}{2}$$

टक्कर के समय

$$\cos \omega t = \frac{1}{2}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}}$$



(C) के लिए समय =  $\frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{k}}$

$$= \frac{5\pi}{6} \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ (So it is incorrect)}$$

(D) के लिए समय =  $\frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}} + \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

$$= \frac{5\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ (So it is correct).}$$

3. A steady current  $I$  flows along an infinitely long hollow cylindrical conductor of radius  $R$ . This cylinder is placed coaxially inside an infinite solenoid of radius  $2R$ . The solenoid has  $n$  turns per unit length and carries a steady current  $I$ . Consider a point  $P$  at a distance  $r$  from the common axis. The correct statement(s) is (are) :

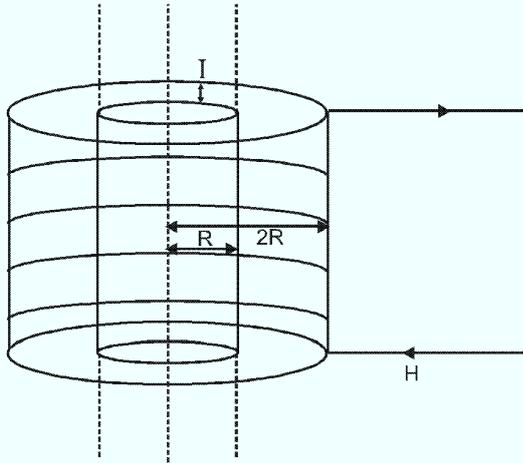
- (A) In the region  $0 < r < R$ , the magnetic field is non-zero.
- (B) In the region  $R < r < 2R$ , the magnetic field is along the common axis.
- (C) In the region  $R < r < 2R$ , the magnetic field is tangential to the circle of radius  $r$ , centered on the axis.
- (D) In the region  $r > 2R$ , the magnetic field is non-zero.

एक  $R$  त्रिज्या के अनन्त लम्बे खोखले चालक बेलन की लम्बाई में एक स्थिर धारा  $I$  बह रही है। इस बेलन को  $2R$  त्रिज्या की अनन्त परिनालिका के अन्दर समाक्ष रखा गया है। इस परिनालिका में  $n$  लपेटे प्रति इकाई लम्बाई में है व एक स्थिर धारा  $I$  है। एक बिन्दु  $P$  के लिए जो समाक्ष से  $r$  दूरी पर है, कौनसा (से) प्रकथन सही है (हैं) :

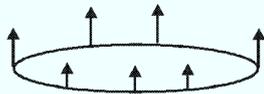
- (A)  $0 < r < R$  में, चुम्बकीय क्षेत्र शून्य नहीं है।
- (B)  $R < r < 2R$  में, चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा समाक्ष की दिशा में है।
- (C)  $R < r < 2R$  में, चुम्बकीय क्षेत्र  $r$  त्रिज्या के वृत्त से स्पर्शरेखीय है जिसका केन्द्र समाक्ष पर है।
- (D)  $r > 2R$  में, चुम्बकीय क्षेत्र शून्य नहीं है।

**Ans. (A, D)**

Sol.

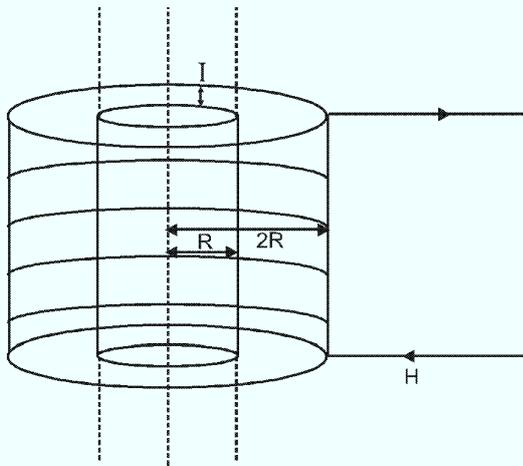


(A) For  $0 < r < R \Rightarrow B \neq 0$

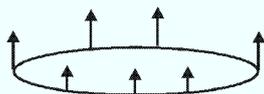


(D) For  $r > 2R \Rightarrow B \neq 0$

Hindi.



(A)  $0 < r < R$  के लिए  $\Rightarrow B \neq 0$



(D)  $r > 2R$  के लिए  $\Rightarrow B \neq 0$

4. Two vehicles, each moving with speed  $u$  on the same horizontal straight road, are approaching each other. Wind blows along the road with velocity  $w$ . One of these vehicles blows a whistle of frequency  $f_1$ . An observer in the other vehicle hears the frequency of the whistle to be  $f_2$ . The speed of sound in still air is  $V$ . The correct statement(s) is (are) :

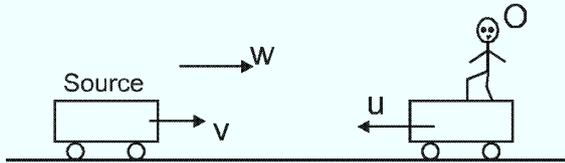
- (A) If the wind blows from the observer to the source,  $f_2 > f_1$ .  
 (B) If the wind blows from the source to the observer,  $f_2 > f_1$ .  
 (C) If the wind blows from the observer to the source,  $f_2 < f_1$ .  
 (D) If the wind blows from the source to the observer,  $f_2 < f_1$ .

दो वाहन, जिनमें प्रत्येक की गति  $u$  है, एक ही सीधी क्षैतिज सड़क पर एक दूसरे की ओर आ रहे हैं। वायु सड़क की दिशा में  $w$  के वेग से बह रही है। इनमें से एक वाहन  $f_1$  आवृत्ति की सीटी बजाता है। दूसरे वाहन में बैठे हुए प्रेक्षक को सीटी  $f_2$  आवृत्ति की सुनाई देती है। निश्चल वायु में ध्वनि की गति  $V$  है। सही प्रकथन है/हैं :

- (A) यदि वायु प्रेक्षक से स्रोत की दिशा में बहती है,  $f_2 > f_1$ ।  
 (B) यदि वायु स्रोत से प्रेक्षक की दिशा में बहती है,  $f_2 > f_1$ ।  
 (C) यदि वायु प्रेक्षक से स्रोत की दिशा में बहती है,  $f_2 < f_1$ ।  
 (D) यदि वायु स्रोत से प्रेक्षक की दिशा में बहती है,  $f_2 < f_1$ ।

Ans. (A, B)

Sol.

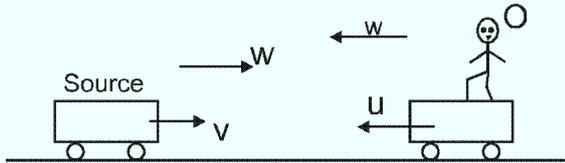


If wind blows from source to observer

$$f_2 = \left( \frac{(v+w)+u}{(v+w)-u} \right) f_1$$

$$\Rightarrow f_2 > f_1$$

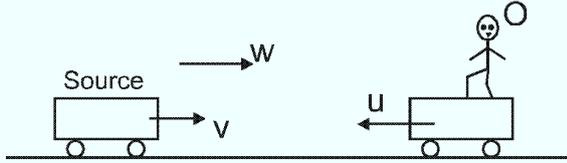
If wind blows from observer to source



$$f_2 = \left( \frac{(v-w)+u}{(v-w)-u} \right) f_1$$

$$\Rightarrow f_2 > f_1$$

Hindi.

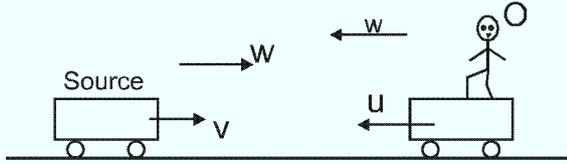


यदि हवा स्रोत से प्रेक्षक की ओर बह रही है

$$f_2 = \left( \frac{(v+w)+u}{(v+w)-u} \right) f_1$$

$$\Rightarrow f_2 > f_1$$

यदि हवा प्रेक्षक से स्रोत की ओर बह रही है



$$f_2 = \left( \frac{(v-w)+u}{(v-w)-u} \right) f_1$$

$$\Rightarrow f_2 > f_1$$

5. Using the expression  $2d \sin \theta = \lambda$ , one calculates the values of  $d$  by measuring the corresponding angles  $\theta$  in the range  $0$  to  $90^\circ$ . The wavelength  $\lambda$  is exactly known and the error in  $\theta$  is constant for all values of  $\theta$ . As  $\theta$  increases from  $0^\circ$ :

- (A) the absolute error in  $d$  remains constant. (B) the absolute error in  $d$  increases.  
 (C) the fractional error in  $d$  remains constant. (D) the fractional error in  $d$  decreases.

व्यंजक  $2d \sin \theta = \lambda$  का उपयोग करते हुए हम  $\theta$  को माप कर  $d$  का मान जानना चाहते हैं।  $\theta$  का मान  $0$  व  $90^\circ$  के बीच में है। तरंगदैर्घ्य का मान हमें परिशुद्धतः ज्ञात है तथा  $\theta$  के मापने में त्रुटि,  $\theta$  के सभी मानों के लिए समान है। जैसे  $\theta$  का मान  $0^\circ$  से बढ़ता है तब :

- (A)  $d$  में निरपेक्ष त्रुटि स्थिर रहती है। (B)  $d$  में निरपेक्ष त्रुटि बढ़ती है।  
 (C)  $d$  में भिन्नात्मक त्रुटि स्थिर रहती है। (D)  $d$  में भिन्नात्मक त्रुटि घटती है।

Ans. (D)

Sol.  $2d \sin \theta = \lambda$

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$

differentiate

$$\partial(d) = \frac{\lambda}{2} \partial(\operatorname{cosec} \theta)$$

$$\partial(d) = \frac{\lambda}{2} (-\operatorname{cosec} \theta \cot \theta) \partial \theta$$

$$\partial(d) = \frac{-\lambda \cos \theta}{2 \sin^2 \theta} \partial \theta$$

as  $\theta =$  increases,  $\frac{\lambda \cos \theta}{2 \sin^2 \theta}$  decreases

**Alternate solution**

**Sol**  $d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$

$$\ln d = \ln \lambda - \ln 2 - \ln \sin \theta$$

$$\frac{\Delta(d)}{d} = 0 - 0 - \frac{1}{\sin \theta} \times \cos \theta (\Delta \theta)$$

Fractional error  $|\frac{\Delta(d)}{d}| = |\cot \theta \Delta \theta|$

Absolute error  $\Delta d = (d \cot \theta) \Delta \theta$

$$\frac{d}{2 \sin \theta} \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\Delta d = \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta}$$

**Hindi.**  $2d \sin \theta = \lambda$

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$

अवकलन करने पर

$$\partial(d) = \frac{\lambda}{2} \partial(\operatorname{cosec} \theta)$$

$$\partial(d) = \frac{\lambda}{2} (-\operatorname{cosec} \theta \cot \theta) \partial \theta$$

$$\partial(d) = \frac{-\lambda \cos \theta}{2 \sin^2 \theta} \partial \theta$$

जैसाकि  $\theta =$  बढ़ेगा  $\frac{\lambda \cos \theta}{2 \sin^2 \theta}$  घटेगा

**Alternate solution**

**Sol**  $d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$

$$\ln d = \ln \lambda - \ln 2 - \ln \sin \theta$$

$$\frac{\Delta(d)}{d} = 0 - 0 - \frac{1}{\sin \theta} \times \cos \theta (\Delta \theta)$$

भिन्नात्मक त्रुटि  $|\frac{\Delta(d)}{d}| = |\cot \theta \Delta \theta|$

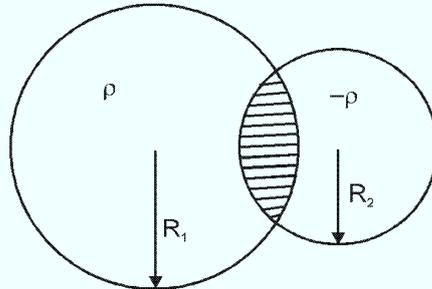
निरपेक्ष त्रुटि  $\Delta d = (d \cot \theta) \Delta \theta$

$$\frac{d}{2 \sin \theta} \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\Delta d = \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta}$$

6. Two non-conducting spheres of radii  $R_1$  and  $R_2$  and carrying uniform volume charge densities  $+\rho$  and  $-\rho$ , respectively, are placed such that they partially overlap, as shown in the figure. At all points in the overlapping region :

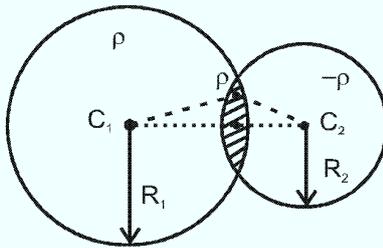
दो अचालक  $R_1$  तथा  $R_2$  त्रिज्या वाले गोलों को क्रमशः  $+\rho$  तथा  $-\rho$  एकसमान आयतन आवेश घनत्व से आवेशित किया गया है। इन गोलों को चित्र में दर्शाए अनुसार इस प्रकार जोड़ कर रखा गया है कि वे आंशिक रूप से अतिछादित हैं। अतिछादित क्षेत्र के प्रत्येक बिन्दु पर –



- (A) the electrostatic field is zero  
 (B) the electrostatic potential is constant  
 (C) the electrostatic field is constant in magnitude  
 (D) the electrostatic field has same direction  
 (A) स्थिर वैद्युत क्षेत्र शून्य है।  
 (B) स्थिर वैद्युत विभव अचर है।  
 (C) स्थिर वैद्युत क्षेत्र का परिमाण अचर है।  
 (D) स्थिर वैद्युत क्षेत्र की दिशा एकसमान है।

Ans. (C, D)

Sol.

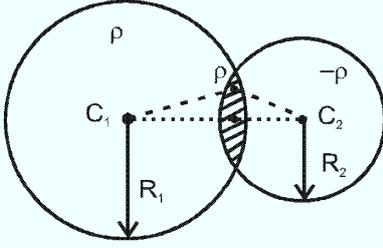


For electrostatic field,

$$\begin{aligned}\vec{E}_P &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \\ &= \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{C}_1 P + \frac{(-\rho)}{3\epsilon_0} \vec{C}_2 P \\ &= \frac{\rho}{3\epsilon_0} (\vec{C}_1 P + \vec{P} C_2) \\ \vec{E}_P &= \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{C}_1 C_2\end{aligned}$$

For electrostatic potential, Since electric field is non zero so it is not equipotential.

Hindi.



स्थिर वैद्युत क्षेत्र के लिए

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$= \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{C}_1 \vec{P} + \frac{(-\rho)}{3\epsilon_0} \vec{C}_2 \vec{P}$$

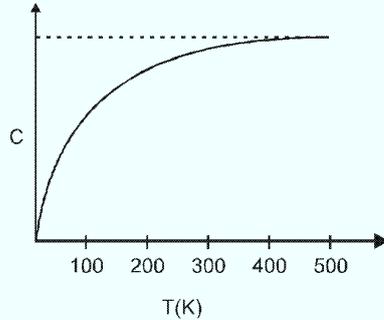
$$= \frac{\rho}{3\epsilon_0} (\vec{C}_1 \vec{P} + \vec{P} \vec{C}_2)$$

$$\vec{E}_P = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{C}_1 \vec{C}_2$$

स्थिर वैद्युत विभव के लिए, चूंकि विद्युत क्षेत्र अशून्य है अतः यह समविभव नहीं है।

7. The figure below shows the variation of specific heat capacity (C) of a solid as a function of temperature (T). The temperature is increased continuously from 0 to 500 K at a constant rate. Ignoring any volume change, the following statement(s) is (are) correct to a reasonable approximation.

चित्र में किसी ठोस की विशिष्ट ऊष्मा धारिता (C) का तापमान (T) पर निर्भरता को दर्शाया गया है। तापमान में 0 से 500 K तक समान दर से संतत वृद्धि होती है। मान कर कि आयतन में परिवर्तन उपेक्षनीय है, निम्न प्रकथन में कौन सा (से) तर्कसंगत सन्निकट सही है (हैं)?



- (A) the rate at which heat is absorbed in the range 0–100 K varies linearly with temperature T.  
 (B) heat absorbed in increasing the temperature from 0–100 K is less than the heat required for increasing the temperature from 400–500 K.  
 (C) there is no change in the rate of heat absorption in the range 400–500 K.  
 (D) the rate of heat absorption increases in the range 200–300 K.

- (A) 0–100 K के बीच, अवशोषित ऊष्मा की दर तापमान पर रैखिक आश्रितता दिखाएगी।  
 (B) 0–100 K तक तापमान को बढ़ाने पर अवशोषित ऊष्मा, 400–500 K तापमान के बीच बढ़ाने की ऊष्मा की तुलना में कम है।  
 (C) अवशोषित ऊष्मा की दर 400–500 K तापमान के बीच अपरिवर्तित है।  
 (D) ऊष्मा अवशोषण की दर 200–300 K तापमान के बीच बढ़ रही है।

Ans. (B,C,D)

**Sol.**  $q = mCT$

$$\frac{dq}{dt} = mc \frac{dT}{dt}$$

$$R = \text{rate of absorption of heat} = \frac{dq}{dt} \propto C$$

(i) in  $0 - 100 \text{ k}$

C increases, so R increases but not linearly

(ii)  $\Delta q = mC\Delta T$  as C is more in  $(400 \text{ k} - 500 \text{ k})$  then  $(0 - 100 \text{ k})$  so heat is increasing.

(iii) C remains constant so there no change in R from  $(400 \text{ k} - 500 \text{ k})$

(iv) C is increases so R is increases in range  $(200 \text{ k} - 300 \text{ k})$

**Hindi.**  $q = mCT$

$$\frac{dq}{dt} = mc \frac{dT}{dt}$$

$$R = \text{ऊष्मा अवशोषण की दर} = \frac{dq}{dt} \propto C$$

(i)  $0 - 100 \text{ k}$  में

C बढ़ेगा, अतः R बढ़ेगा किन्तु रेखीय नहीं है।

(ii)  $\Delta q = mC\Delta T$  जैसाकि C तापान्तर  $(400 \text{ k} - 500 \text{ k})$  की तुलना में तापान्तर  $(0 - 100 \text{ k})$  से ज्यादा है अतः ऊष्मा बढ़ेगी।

(iii) C नियत रहेगा अतः  $(400 \text{ k} - 500 \text{ k})$  में यहां R में कोई परिवर्तन नहीं है।

(iv) C बढ़ रहा है अतः परास  $(200 \text{ k} - 300 \text{ k})$  में R बढ़ता है।

**8.** The radius of the orbit of an electron in a Hydrogen-like atom is  $4.5 a_0$ , where  $a_0$  is the Bohr radius. Its orbital angular momentum is  $\frac{3h}{2\pi}$ . It is given that h is Planck constant and R is Rydberg constant. The possible wavelength(s), when the atom de-excites, is (are) :

एक हाइड्रोजन-समान परमाणु के इलेक्ट्रॉन कक्ष की त्रिज्या  $4.5 a_0$  है जहाँ  $a_0$  बोर त्रिज्या है। इस इलेक्ट्रॉन का कक्षीय कोणीय संवेग  $\frac{3h}{2\pi}$  है। दिया है कि h प्लांक नियतांक व R रिडबर्ग नियतांक है। परमाणु के व्युत्तेजित होने पर उत्सर्जित विकिरण के तरंगदैर्घ्य की संभावनाएँ है :

(A)  $\frac{9}{32R}$

(B)  $\frac{9}{16R}$

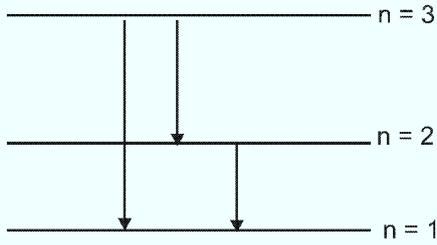
(C)  $\frac{9}{5R}$

(D)  $\frac{4}{3R}$

**Ans.** (A, C)

Sol.  $R_n = 4.5 a_0$

$$L = mvr = \frac{3h}{2\pi} \quad [\text{as } n = 3, z = 2]$$



$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_{3 \rightarrow 1}} = R4 \left[ \frac{1}{1} - \frac{1}{9} \right] = 4R \frac{8}{9} \Rightarrow \lambda_{3 \rightarrow 1} = \frac{9}{32R}$$

$$\frac{1}{\lambda_{2 \rightarrow 1}} = R4 \left[ \frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right] = \frac{3}{4} 4R \Rightarrow \lambda_{2 \rightarrow 1} = \frac{1}{3R}$$

$$\frac{1}{\lambda_{3 \rightarrow 2}} = R4 \left[ \frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right] = \frac{5}{36} 4R \Rightarrow \lambda_{3 \rightarrow 2} = \frac{9}{5R}$$

### SECTION – 2 : (Paragraph Type)

#### खण्ड – 2 : (अनुच्छेद प्रकार)

This section contains **4 paragraphs** each describing theory, experiment, data etc. **Eight questions** relate to four paragraphs with two questions on each paragraph. Each question of a paragraph has **only one correct answer** among the four choices (A), (B), (C) and (D).

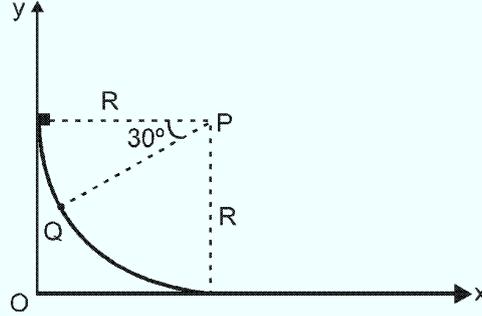
इस खण्ड में सिद्धांतों, प्रयोगों और आँकड़ों आदि को दर्शाने वाले **4 अनुच्छेद** हैं। चारों अनुच्छेदों से संबंधित **आठ प्रश्न** हैं, जिनमें से हर अनुच्छेद पर दो प्रश्न हैं। किसी भी अनुच्छेद में हर प्रश्न के चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से **केवल एक ही सही** है।

## Paragraph for Questions 09 and 10

## प्रश्न 09 और 10 के लिए अनुच्छेद

A small block of mass 1kg is released from rest at the top of a rough track. The track is a circular arc of radius 40m. The block slides along the track without toppling and a frictional force acts on it in the direction opposite to the instantaneous velocity. The work done in overcoming the friction up to the point Q, as shown in the figure below, is 150 J. (Take the acceleration due to gravity,  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ )

एक रूक्ष पथ के उच्चतम बिन्दु से एक 1kg द्रव्यमान के गुटके को विरामावस्था से छोड़ा जाता है। यह पथ 40m त्रिज्या का वृत्तीय चाप है। गुटका अपने पथ पर बिना लुढ़के हुए सरकता है। इस गुटके पर एक घर्षण बल तात्क्षणिक वेग की विपरीत दिशा में लगता है। चित्र में दर्शाये अनुसार, बिन्दु Q तक आने के लिए घर्षण को अतिक्रम करने के लिए 150 J कार्य करना पड़ता है। (गुरुत्वीय त्वरण  $g$  का मान  $= 10 \text{ m s}^{-2}$  लीजिए)



9. The speed of the block when it reaches the point Q is :

जब गुटका बिन्दु Q पर पहुँचता है, इसकी गति है –

- (A)  $5 \text{ ms}^{-1}$                       (B)  $10 \text{ ms}^{-1}$                       (C)  $10\sqrt{3} \text{ ms}^{-1}$                       (D)  $20 \text{ ms}^{-1}$

Ans. (B)

Sol.  $Mg \frac{R}{2} - 150 = \frac{1}{2} MV^2$

$$1 \times 10 \times 20 - \frac{1}{2} V^2$$

$$\Rightarrow V = 10 \text{ m/s}$$

10. The magnitude of the normal reaction that acts on the block at the point Q is :

बिन्दु Q पर, गुटके पर लगने वाले अभिलम्ब बल का परिमाण है –

- (A) 7.5 N                      (B) 8.6 N                      (C) 11.5 N                      (D) 22.5 N

Ans. (A)

Sol.  $N - \frac{Mg}{2} = \frac{M(10)^2}{40} \Rightarrow N = 7.5 \text{ N.}$

## Paragraph for Questions 11 and 12

## प्रश्न 11 और 12 के लिए अनुच्छेद

A thermal power plant produces electric power of 600 kW at 4000 V, which is to be transported to a place 20 km away from the power plant for consumers' usage. It can be transported either directly with a cable of large current carrying capacity or by using a combination of step-up and step-down transformers at the two ends. The drawback of the direct transmission is the large energy dissipation. In the method using transformers, the dissipation is much smaller. In this method, a step-up transformer is used at the plant side so that the current is reduced to a smaller value. At the consumers' end, a step-down transformer is used to supply power to the consumers at the specified lower voltage. It is reasonable to assume that the power cable is purely resistive and the transformers are ideal with a power factor unity. All the currents and voltages mentioned are rms values.

एक तापीय विद्युत संयंत्र 600 kW की शक्ति 4000 V पर उत्पादित करता है, जो 20 km की दूरी पर उपभोक्ताओं के उपयोग के लिए ले जायी जाती है। इसको या तो उच्च धारा वहन-क्षमता वाले केबिल से भेजा जा सकता है या दोनों सिरों पर उच्चायी व अपचायी ट्रांसफॉर्मर का प्रयोग कर किया जा सकता है। प्रत्यक्ष प्रेषण का दोष यह है कि इसमें ऊर्जा का क्षय बहुत अधिक होता है जबकि ट्रांसफॉर्मर के उपयोग के तरीके में क्षय बहुत कम होता है। इस तरीके में एक उच्चायी ट्रांसफॉर्मर संयंत्र की ओर लगाया जाता है जिससे धारा का मान कम हो जाए। उपभोक्ता के सिरे में अपचायी ट्रांसफॉर्मर का प्रयोग किया जाता है जिससे उपभोक्ताओं को एक विशेष कम वोल्ट पर विद्युत शक्ति दी जा सके। यह माना जा सकता है कि केबिल शुद्ध प्रतिरोधित है तथा ट्रांसफॉर्मर आदर्श हैं, व उनका शक्ति गुणांक एक है। उल्लिखित समस्त धाराओं व वोल्टताओं का माप rms है।

11. If the direct transmission method with a cable of resistance  $0.4 \Omega \text{ km}^{-1}$  is used, the power dissipation (in %) during transmission is :

यदि ऐसे केबिल का उपयोग किया जाए जिसका प्रतिरोध  $0.4 \Omega \text{ km}^{-1}$  है तब प्रत्यक्ष प्रेषण की स्थिति में शक्ति क्षय (% में) है :

- (A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50

Ans. (B)

Sol.  $P = 600 \times 1000 = 4000 \times I \Rightarrow I = 150 \text{ A}$

$$\frac{dH}{dt} = (150)^2 \times 0.4 \times 20$$

Which is 30% of 600 kW.

12. In the method using the transformers, assume that the ratio of the number of turns in the primary to that in the secondary in the step-up transformer is 1 : 10. If the power to the consumers has to be supplied at 200V, the ratio of the number of turns in the primary to that in the secondary in the step-down transformer is :

ट्रांसफॉर्मर के प्रयोग करने वाली विधि में, यह मानें उच्चायी ट्रांसफॉर्मर के प्राथमिक व द्वितीयक में लपेटों की संख्या का अनुपात 1 : 10 है। यदि विद्युत शक्ति, उपभोक्ताओं को 200V पर दी जाती है तो अपचायी ट्रांसफॉर्मर में प्राथमिक व द्वितीयक के लपेटों की संख्या का अनुपात है :

- (A) 200 : 1 (B) 150 : 1 (C) 100 : 1 (D) 50 : 1

Ans. (A)

Sol.  $\frac{N_p}{N_s} = \frac{40,000}{200} = \frac{200}{1}$

Paragraph for Questions 13 and 14

प्रश्न 13 और 14 के लिए अनुच्छेद

A point charge  $Q$  is moving in a circular orbit of radius  $R$  in the  $x$ - $y$  plane with an angular velocity  $\omega$ . This can be

considered as equivalent to a loop carrying a steady current  $\frac{Q\omega}{2\pi}$ . A uniform magnetic field along the positive

$z$ -axis is now switched on, which increases at a constant rate from 0 to  $B$  in one second. Assume that the radius of the orbit remains constant. The application of the magnetic field induces an emf in the orbit. The induced emf is defined as the work done by an induced electric field in moving a unit positive charge around a closed loop. It is known that, for an orbiting charge, the magnetic dipole moment is proportional to the angular momentum with a proportionally constant  $\gamma$ .

$x$ - $y$  तल में  $R$  त्रिज्या की वृत्तीय कक्षा में एक  $Q$  बिन्दु आवेश  $\omega$  कोणीय गति से परिक्रमा कर रहा है। इसे लूप में बहती  $\frac{Q\omega}{2\pi}$  अपरिवर्ती

धारा के तुल्य माना जा सकता है। अब एकसमान चुंबकीय क्षेत्र को धनात्मक  $z$ -दिशा में चालू करते हैं जिसका मान 0 से  $B$  तक एक सेकण्ड में एकसमान दर से बढ़ता है। यह मानिये कि इस दौरान कक्षा की त्रिज्या स्थिर रहती है। चुंबकीय क्षेत्र के लगाने से कक्षा में एक emf प्रेरित होता है। एक प्रेरित विद्युत क्षेत्र द्वारा इकाई धन आवेश को संवृत लूप के चारों ओर घुमाने में किये गये कार्य की मात्रा को प्रेरित विद्युतवाहक बल (emf) कहा जाता है। यह ज्ञात है कि जब एक आवेश एक कक्षा में परिभ्रमण करता है तब उसका चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण उसके कोणीय संवेग के आनुपातिक होता है जिसका अनुपातिक स्थिरांक  $\gamma$  है।

13. The magnitude of the induced electric field in the orbit at any instant of time during the time interval of the magnetic field change is :

चुंबकीय क्षेत्र के परिवर्तन के दौरान कक्षा में किसी विशेष क्षण पर प्रेरित विद्युत क्षेत्र का मान है।

- (A)  $\frac{BR}{4}$                       (B)  $\frac{BR}{2}$                       (C)  $BR$                       (D)  $2BR$

Ans. (B)

Sol.  $\oint E \cdot dl = -A \frac{dB}{dt}$

$E \cdot 2\pi R = -\pi R^2 B$

$E = \frac{-BR}{2}$

Alternat

$E \cdot 2\pi R = \frac{-d\phi}{dt} = -\pi R^2 \frac{dB}{dt}$

$E = \frac{-R}{2} \frac{dB}{dt} = \frac{-BR}{2}$

14. The change in the magnetic dipole moment associated with the orbit, at the end of the time interval of the magnetic field change, is :

जिस समय अन्तराल में चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन हो रहा है, उस अन्तराल के अन्त में, आवेश के कक्ष से चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण में परिवर्तन है।

- (A)  $-\gamma BQR^2$       (B)  $-\gamma \frac{BQR^2}{2}$       (C)  $\gamma \frac{BQR^2}{2}$       (D)  $\gamma BQR^2$

Ans. (B)

Sol. Magnetic dipole moment  $M = \gamma J$

$$\Delta M = \gamma \Delta J \text{-----(i)}$$

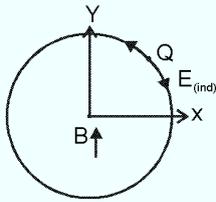
$$\frac{\Delta J}{\Delta t} = -Q \frac{dB}{dt} \cdot \frac{R}{2}$$

$$\Delta J = -\frac{QB}{2} R^2$$

so

$$\Delta M = -\frac{\gamma QBR^2}{2}$$

Alternet



$$\frac{M}{L} = \frac{Q}{2m}$$

$$M = \frac{Q\omega}{2\pi} \pi R^2 = \frac{Q\omega R^2}{2} *$$

induced electric field is oppsite. to the  $\omega$  so the charge is retarded.

$$\omega' = \omega - \alpha t$$

$$\omega' = \omega - \frac{QB}{2} t$$

$$(a_t = QE/m), (\alpha = \frac{QE}{mR} = \frac{Q}{R} \times \frac{BR}{2m} = \frac{QB}{2m})$$

$$M_f = \frac{Q\omega' R^2}{2} = Q \left( \omega - \frac{QB}{2m} t \right) \frac{R^2}{2}$$

$$\Delta m = M_f - M_i = \frac{Q\omega R^2}{2} - \frac{Q^2 B R^2}{4m} - \frac{Q\omega R^2}{2} = -\gamma \frac{BQR^2}{2}$$

Hindi. चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण

$$M = \gamma J$$

$$\Delta M = \gamma \Delta J \text{-----(i)}$$

$$\frac{\Delta J}{\Delta t} = -Q \frac{dB}{dt} \cdot \frac{R}{2}$$

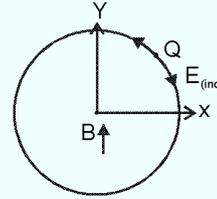
$$\Delta J = -\frac{QB}{2} R^2$$

अतः 
$$\Delta M = -\frac{\gamma QBR^2}{2}$$

Alternet

$$\frac{M}{L} = \frac{Q}{2m}$$

$$M = \frac{Q\omega}{2\pi} \pi R^2 = \frac{Q\omega R^2}{2} *$$



प्रेरित विद्युत क्षेत्र  $\omega$  के विपरीत है। अतः आवेश मंदित होगा।

$$\omega' = \omega - \alpha t$$

$$\omega' = \omega - \frac{QB}{2} t \quad (a_t = QE/m), (\alpha = \frac{QE}{mR} = \frac{Q}{R} \times \frac{BR}{2m} = \frac{QB}{2m})$$

$$M_f = \frac{Q\omega' R^2}{2} = Q \left( \omega - \frac{QB}{2m} t \right) \frac{R^2}{2}$$

$$\Delta m = M_f - M_i = \frac{Q\omega R^2}{2} - \frac{Q^2 B R^2}{4m} - \frac{Q\omega R^2}{2} = -\gamma \frac{BQR^2}{2}$$

### Paragraph for Questions 15 and 16

#### प्रश्न 15 और 16 के लिए अनुच्छेद

The mass of a nucleus  ${}^A_Z X$  is less than the sum of the masses of  $(A - Z)$  number of neutrons and  $Z$  number of protons in the nucleus. The energy equivalent to the corresponding mass difference is known as the binding energy of the nucleus. A heavy nucleus of mass  $M$  can break into two light nuclei of masses  $m_1$  and  $m_2$  only if  $(m_1 + m_2) < M$ . Also two light nuclei of masses  $m_3$  and  $m_4$  can undergo complete fusion and form a heavy nucleus of mass  $M'$  only if  $(m_3 + m_4) > M'$ . The masses of some neutral atoms are given in the table below :

एक नाभिक  ${}^A_Z X$  का द्रव्यमान  $(A - Z)$  न्यूट्रॉनों एवं  $Z$  प्रोटोनों के द्रव्यमानों के योग से कम होता है। द्रव्यमानों की कमी के समतुल्य ऊर्जा को बंधन ऊर्जा कहते हैं। एक द्रव्यमान  $M$  का भारी नाभिक  $m_1$  तथा  $m_2$  द्रव्यमानों के दो हल्के नाभिकों में विघटित हो सकता है, यदि  $(m_1 + m_2) < M$  तथा  $m_3$  तथा  $m_4$  द्रव्यमानों के दो हल्के नाभिक पूर्ण संलयन करके, एक  $M'$  द्रव्यमान का भारी नाभिक बना सकते हैं, यदि  $(m_3 + m_4) > M'$  कुछ परमाणुओं के द्रव्यमान नीचे टेबिल में दिये गये हैं :

${}^1_1\text{H}$	1.007825u	${}^2_1\text{H}$	2.014102u	${}^3_1\text{H}$	3.016050u	${}^4_2\text{He}$	4.002603u
${}^6_3\text{Li}$	6.015123u	${}^7_3\text{Li}$	7.016004u	${}^{70}_{30}\text{Zn}$	69.925325u	${}^{82}_{34}\text{Se}$	81.916709u
${}^{152}_{64}\text{Gd}$	151.919803u	${}^{206}_{82}\text{Pb}$	205.974455u	${}^{209}_{83}\text{Bi}$	208.980388u	${}^{210}_{84}\text{Po}$	209.982876u

15. The correct statement is :

सही प्रकथन है।

(A) The nucleus  ${}^6_3\text{Li}$  can emit an alpha particle

नाभिक  ${}^6_3\text{Li}$  एक ऐल्फा कण उत्सर्जित कर सकता है।

(B) The nucleus  ${}^{210}_{84}\text{Po}$  can emit a proton

नाभिक  ${}^{210}_{84}\text{Po}$  एक प्रोटॉन उत्सर्जित कर सकता है।

(C) Deuteron and alpha particle can undergo complete fusion.

ड्यूटरॉन और ऐल्फा कण पूर्ण संलयन करा सकते हैं।

(D) The nuclei  ${}^{70}_{30}\text{Zn}$  and  ${}^{82}_{34}\text{Se}$  can undergo complete fusion.

नाभिक  ${}^{70}_{30}\text{Zn}$  एवं नाभिक  ${}^{82}_{34}\text{Se}$  पूर्ण संलयन कर सकते हैं।

Ans. (C)

Sol (A)  $3\text{Li}^7 \rightarrow 2\text{He}^4 + 1\text{H}^3$

$$\Delta m = [M_{\text{Li}} - M_{\text{He}} - M_{\text{H}^3}]$$

$$= [6.01513 - 4.002603 - 3.016050]$$

$$= -1.003523\text{u}$$

$\Delta m$  is negative so reaction is not possible.

(B)  $84\text{Po}^{210} \rightarrow 83\text{Bi}^{209} + 1\text{P}^1$

$\Delta m$  is negative so reaction is not possible.

(C)  $1\text{H}^2 \rightarrow 2\text{He}^4 + 3\text{Li}^6$

$\Delta m$  is Positive so reaction is possible.

(D)  $30\text{Zn}^{70} + 34\text{Se}^{82} \rightarrow 64\text{Gd}^{152}$

$\Delta m$  is Positive so reaction is not possible.

Hindi (A)  $3\text{Li}^7 \rightarrow 2\text{He}^4 + 1\text{H}^3$

$$\Delta m = [M_{\text{Li}} - M_{\text{He}} - M_{\text{H}^3}]$$

$$= [6.01513 - 4.002603 - 3.016050]$$

$$= -1.003523\text{u}$$

$\Delta m$  ऋणात्मक है अतः समीकरण सम्भव नहीं है।

(B)  $84\text{Po}^{210} \rightarrow 83\text{Bi}^{209} + 1\text{P}^1$

$\Delta m$  ऋणात्मक है अतः समीकरण सम्भव नहीं है।

(C)  $1\text{H}^2 \rightarrow 2\text{He}^4 + 3\text{Li}^6$

$\Delta m$  धनात्मक है अतः समीकरण सम्भव है।

(D)  $30\text{Zn}^{70} + 34\text{Se}^{82} \rightarrow 64\text{Gd}^{152}$

$\Delta m$  धनात्मक है अतः समीकरण सम्भव नहीं है।

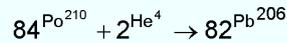
16. The kinetic energy (in keV) of the alpha particle, when the nucleus  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  at rest undergoes alpha decay, is:

जब विरामावस्था में नाभिक  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  ऐल्फा क्षय करता है, तब ऐल्फा कण की गतिज ऊर्जा (keV में) होती है।

- (A) 5319 (B) 5422 (C) 5707 (D) 5818

Ans. (A)

Sol



$$\Delta m = [M_{\text{Po}} - M_{\text{He}} - M_{\text{Pb}}] = 0.008421 \text{ u}$$

$$Q = 0.008421 \times 932 \text{ MeV} = 5422 \text{ KeV}$$

$$K_{\alpha} = \frac{210}{214} \times 5422 \text{ KeV} = 5320 \text{ KeV}$$

SECTION – 3 : (Matching List Type)

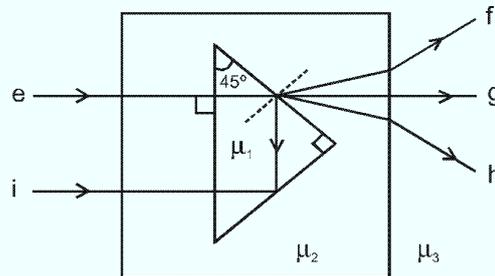
खण्ड – 3 : (सुमेलन सूची प्रकार)

This section contains 4 multiple choice questions. Each questions has matching lists. The codes for the lists have choices (A), (B), (C) and (D) out of which ONLY ONE is correct.

इस खण्ड में 4 बहुविकल्प प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में सुमेलन सूची है। सूचियों के लिए कोड के विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से केवल एक सही है।

17. A right angled prism of refractive index  $\mu_1$  is placed in a rectangular block of refractive index  $\mu_2$ , which is surrounded by a medium of refractive index  $\mu_3$ , as shown in the figure, A ray of light 'e' enters the rectangular block at normal incidence. Depending upon the relationships between  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  and  $\mu_3$ , it takes one of the four possible paths 'ef', 'eg', 'eh' or 'ei'.

एक  $\mu_1$  अपवर्तनांक के समकोण प्रिज्म को  $\mu_2$  अपवर्तनांक आयताकार ब्लॉक में रखा गया है। पूर्ण व्यवस्था  $\mu_3$  अपवर्तनांक के माध्यम से चित्र में दर्शाए अनुसार घिरी हुई है। प्रकाश की किरण 'e' आयताकार ब्लॉक पर अभिलंबवत् आपतित होती है।  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  और  $\mu_3$  के मानों पर निर्भर होती हुई प्रकाश की किरण चार संभव पथों 'ef', 'eg', 'eh' या 'ei' में से एक लेती है।



Match the paths in List I with conditions of refractive indices in List II and select the correct answer using the codes given below the lists :

सूची I में दिये गये पथों को सूची II की अपवर्तनांक की शर्तों में सुमेलित कीजिए और सूचियों के नीचे दिये गये कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिये :

List I / सूची I

- P. e → f  
Q. e → g  
R. e → h  
S. e → i

List II / सूची II

- $\mu_1 > \sqrt{2} \mu_2$
- $\mu_1 > \mu_2$  and/ एवं  $\mu_2 > \mu_3$
- $\mu_1 = \mu_2$
- $\mu_2 < \mu_1 < \sqrt{2} \mu_2$  and/ एवं  $\mu_2 > \mu_3$

Codes :

	P	Q	R	S
(A)	2	3	1	4
(B)	1	2	4	3
(C)	4	1	2	3
(D)	2	3	4	1

Ans. (D)

**Sol.** For  $e \rightarrow i$   
 $45^\circ > \theta_c$   
 $\sin 45^\circ > \sin \theta_c$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$\mu_1 > \sqrt{2}\mu_2$$

For  $e \rightarrow f$

angle of refraction is lesser than angle of incidence, so  $\mu_2 > \mu_1$  and then  $\mu_2 > \mu_3$

For  $e \rightarrow g$ ,  $\mu_1 = \mu_2$

for  $e \rightarrow h$ ,  $\mu_2 < \mu_1 < \sqrt{2}\mu_2$  and  $\mu_2 > \mu_3$

**Hindi.**  $e \rightarrow i$  के लिए

$45^\circ > \theta_c$   
 $\sin 45^\circ > \sin \theta_c$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$\mu_1 > \sqrt{2}\mu_2$$

$e \rightarrow f$  के लिए

अपवर्तन कोण आपतन कोण से छोटा है अतः  $\mu_2 > \mu_1$  तथा तब  $\mu_2 > \mu_3$

$e \rightarrow g$  के लिए,  $\mu_1 = \mu_2$

$e \rightarrow h$  के लिए,  $\mu_2 < \mu_1 < \sqrt{2}\mu_2$  तथा  $\mu_2 > \mu_3$

**18.** Match List I with List II and select the correct answer using the codes given below the lists :

List I		List II	
P.	Boltzmann constant	1.	$[ML^2T^{-1}]$
Q.	Coefficient of viscosity	2.	$[ML^{-1}T^{-1}]$
R.	Planck constant	3.	$[MLT^{-3}K^{-1}]$
S.	Thermal conductivity	4.	$[ML^2T^{-2}K^{-1}]$

सूची I को सूची II से सुमेलित कीजिए और सूचियों के नीचे दिये गये कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिये :

सूची I		सूची II	
P.	बोल्ड्समान नियतांक	1.	$[ML^2T^{-1}]$
Q.	श्यानता गुणांक	2.	$[ML^{-1}T^{-1}]$
R.	प्लांक नियतांक	3.	$[MLT^{-3}K^{-1}]$
S.	ऊष्मा चालकता	4.	$[ML^2T^{-2}K^{-1}]$

**Codes :**

	P	Q	R	S
(A)	3	1	2	4
(B)	3	2	1	4
(C)	4	2	1	3
(D)	4	1	2	3

**Ans. (C)**

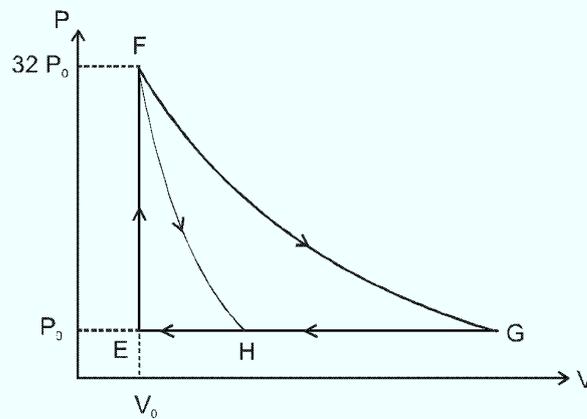
Sol. (p)  $U = \frac{1}{2}kT \Rightarrow ML^2T^{-2} = [k] K \Rightarrow [K] = ML^2T^{-2}K^{-1}$

(q)  $F = \eta A \frac{dv}{dx} \Rightarrow [\eta] = \frac{MLT^{-2}}{L^2LT^{-1}L^{-1}} = ML^{-1}T^{-1}$

(r)  $E = hv \Rightarrow ML^2T^{-2} = [h] T^{-1} \Rightarrow [h] = ML^2T^{-1}$

(s)  $\frac{dQ}{dt} = \frac{kA\Delta\theta}{\ell} \Rightarrow [k] = \frac{ML^2T^{-3}L}{L^2K} = MLT^{-3}K^{-1}$

19. One mole of a monatomic ideal gas is taken along two cyclic processes  $E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow E$  and  $E \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow E$  as shown in the PV diagram. The processes involved are purely isochoric, isobaric, isothermal or adiabatic. एक एक-परमाणुक आदर्श गैस के एक मोल को, चित्र में दर्शाये PV आरेख के अनुसार दो चक्रीय प्रक्रमों  $E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow E$  व  $E \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow E$  में ले जाया जाता है। संबद्धित प्रक्रम शुद्धतः समआयतनिक, समदाबी, समतापीय या रूद्धोष्म है।



Match the paths in List I with the magnitudes of the work done in List II and select the correct answer using the codes given below the lists.

सूची I में दिये गये पथों को सूची II में किये गये कार्य के परिमाण के साथ सुमेलित कीजिए और सूचियों के नीचे दिये गये कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिये।

List I / सूची I

- P.  $G \rightarrow E$   
 Q.  $G \rightarrow H$   
 R.  $F \rightarrow H$   
 S.  $F \rightarrow G$

List II / सूची II

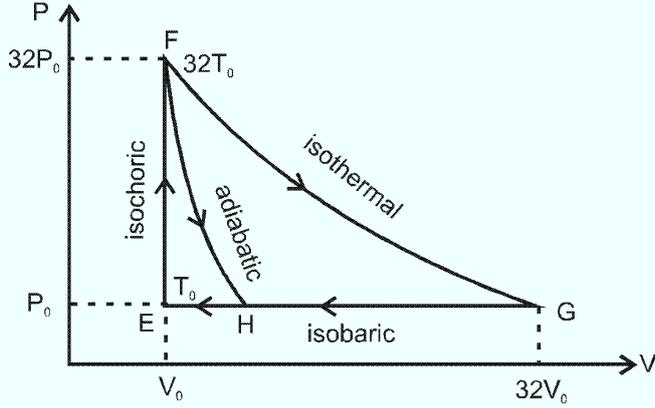
1.  $160 P_0 V_0 \ln 2$   
 2.  $36 P_0 V_0$   
 3.  $24 P_0 V_0$   
 4.  $31 P_0 V_0$

Codes :

	P	Q	R	S
(A)	4	3	2	1
(B)	4	3	1	2
(C)	3	1	2	4
(D)	1	3	2	4

Ans. (A)

Sol.



In  $F \rightarrow G$  work done in isothermal process is  $nRT \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) = 32 P_0 V_0 \ln \left( \frac{32V_0}{V_0} \right)$

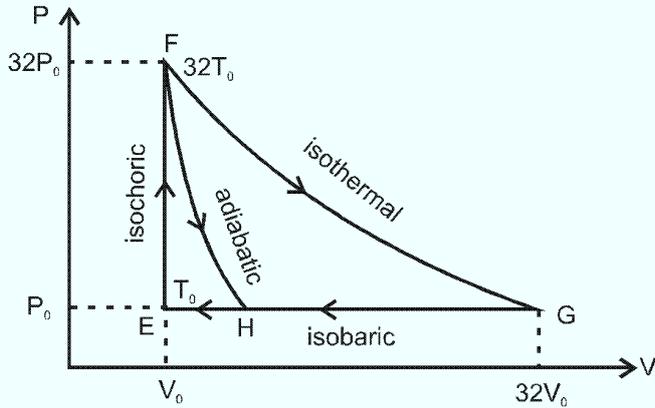
$= 32 P_0 V_0 \ln 2^5 = 160 P_0 V_0 \ln 2$

In  $G \rightarrow E$ ,  $\Delta W = P_0 \Delta V = P_0 (31 V_0) = 31 P_0 V_0$

In  $G \rightarrow H$  work done is less than  $31 P_0 V_0$  i.e.,  $24 P_0 V_0$

In  $F \rightarrow H$  work done is  $36 P_0 V_0$

Hindi.



$F \rightarrow G$  में समपातीय प्रक्रम में किया गया कार्य  $= nRT \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) = 32 P_0 V_0 \ln \left( \frac{32V_0}{V_0} \right)$

$= 32 P_0 V_0 \ln 2^5 = 160 P_0 V_0 \ln 2$

$G \rightarrow E$  में,  $\Delta W = P_0 \Delta V = P_0 (31 V_0) = 31 P_0 V_0$

$G \rightarrow H$  में, किया गया कार्य  $31 P_0 V_0$  से कम है अर्थात्  $24 P_0 V_0$  है।

$F \rightarrow H$  में, किया गया कार्य  $36 P_0 V_0$  है।

**20.** Match List I of the nuclear processes with List II containing parent nucleus and one of the end products of each process and then select the correct answer using the codes given below the lists :

सूची I में कुछ नाभिकीय प्रक्रियाएँ दी गई हैं। सूची II में इन प्रक्रियाओं के जनक नाभिक व एक अंतिम नाभिकीय खंड दिए गए हैं। सूचियों के नीचे दिये गए कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिए :

List I/ सूची I		List II/ सूची II
P. Alpha decay ऐल्फा क्षय	1.	${}_{8}^{15}\text{O} \rightarrow {}_{7}^{15}\text{N} + \dots\dots$
Q. $\beta^+$ decay $\beta^+$ क्षय	2.	${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + \dots\dots$
R. Fission विखंडन	3.	${}_{83}^{185}\text{Bi} \rightarrow {}_{82}^{184}\text{Pb} + \dots\dots$
S. Proton emission प्रोटॉन उत्सर्जन	4.	${}_{94}^{239}\text{Pu} \rightarrow {}_{57}^{140}\text{La} + \dots\dots$

**Codes :**

	P	Q	R	S
(A)	4	2	1	3
(B)	1	3	2	4
(C)	2	1	4	3
(D)	4	3	2	1

**Ans. (C)**

- Sol.** (p) In  $\alpha$  decay mass number decreases by 4 and atomic number decreases by 2.  
 (q) In  $\beta^+$  decay mass number remains unchanged while atomic number decreases by 1.  
 (r) In Fission, parent nucleus breaks into allmost two equal fragments.  
 (s) In proton emission both mass number and atomic number decreases by 1.
- Hindi.** (p)  $\alpha$  क्षय में द्रव्यमान संख्या 4 से घटेगी तथा परमाणु क्रमांक 2 से घटेगा।  
 (q)  $\beta^+$  क्षय में द्रव्यमान संख्या अपरिवर्तित रहती है जबकि परमाणु क्रमांक 1 से घट जाता है।  
 (r) विखण्डन में पैतृक नाभिक दो लगभग समान भागों में टूट जाता है।  
 (s) प्रोटॉन उत्सर्जन में द्रव्यमान संख्या तथा परमाणु क्रमांक 1 से घट जाता है।

PART - II : CHEMISTRY

SECTION – 1 : (One or more options correct Type)

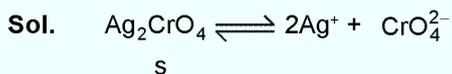
खण्ड – 1 : (एक या अधिक सही विकल्प प्रकार)

This section contains 8 multiple choice questions. Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which ONE or MORE are correct.

इस खण्ड में 8 बहुविकल्प प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से एक या अधिक सही है।

21. The  $K_{sp}$  of  $Ag_2CrO_4$  is  $1.1 \times 10^{-12}$  at 298 K. The solubility (in mol/L) of  $Ag_2CrO_4$  in a 0.1 M  $AgNO_3$  solution is  $K_{sp}$  ( $Ag_2CrO_4$ ) का मान 298 K पर  $1.1 \times 10^{-12}$  है। 0.1 M  $AgNO_3$  के विलयन में  $Ag_2CrO_4$  की विलेयता मोल/लीटर में है  
 (A)  $1.1 \times 10^{-11}$  (B)  $1.1 \times 10^{-10}$  (C)  $1.1 \times 10^{-12}$  (D)  $1.1 \times 10^{-9}$

Ans. (B)



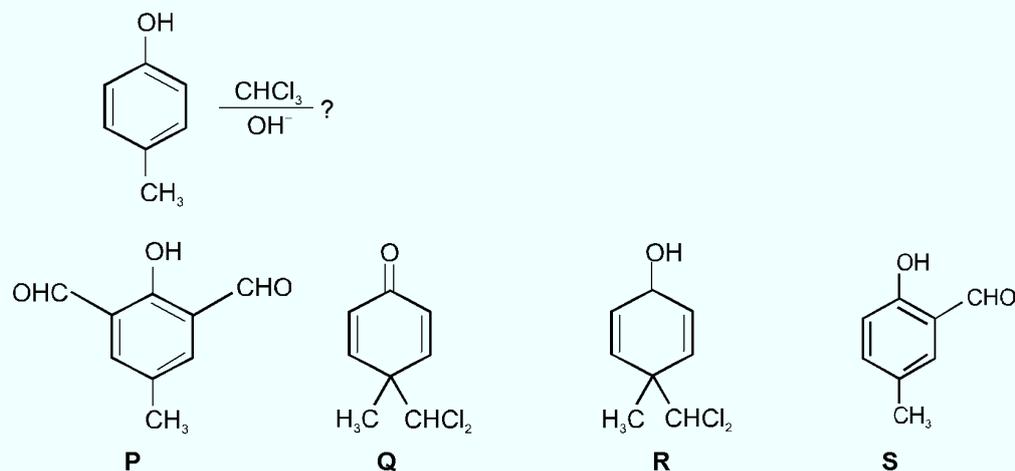
$\approx 0.1$

$1.1 \times 10^{-12} = (0.1)^2 s$

$s = 1.1 \times 10^{-10}$

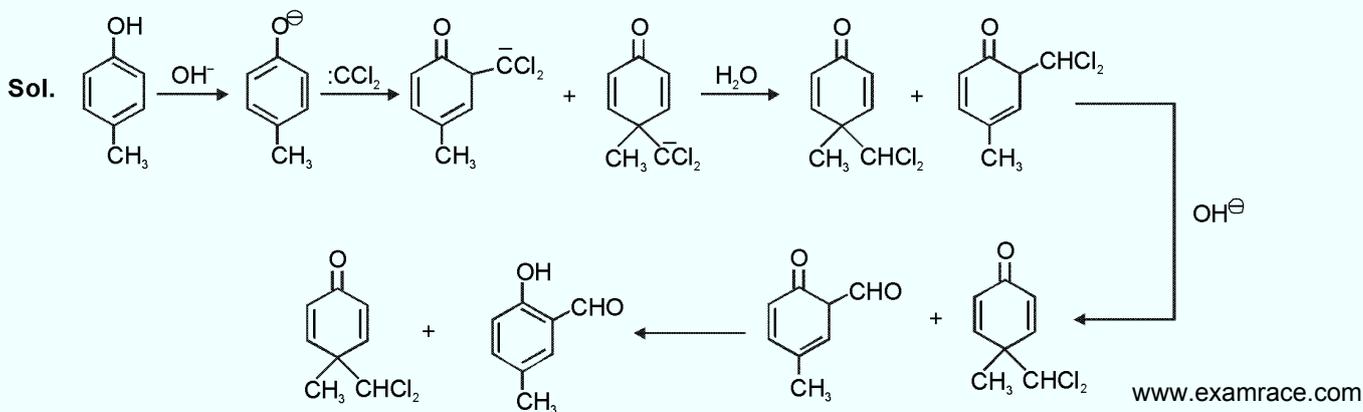
22. In the following reaction, the product(s) formed is(are)

निम्नलिखित अभिक्रिया के उत्पाद/उत्पादों को बताएँ

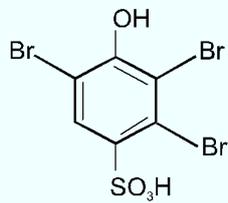
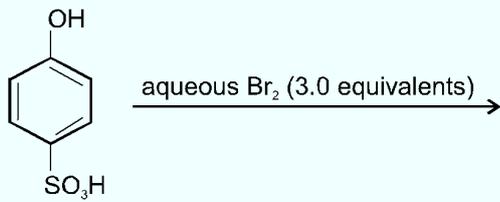


- (A) P (major) (B) Q (minor) (C) R (minor) (D) S (major)  
 (A) P (मुख्य) (B) Q (गौण) (C) R (गौण) (D) S (मुख्य)

Ans. (B,D)

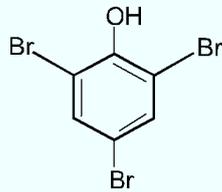


23. The major product(s) of the following reaction is (are)



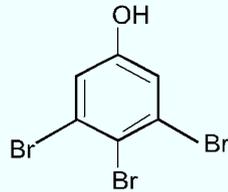
**P**

(A) **P**



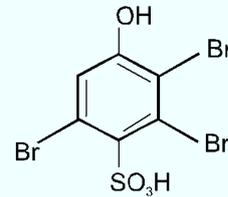
**Q**

(B) **Q**



**R**

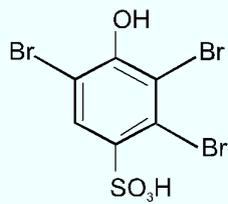
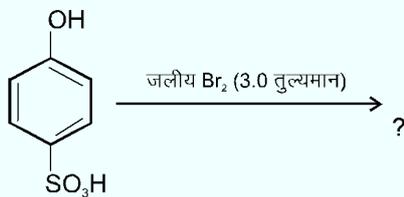
(C) **R**



**S**

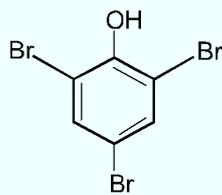
(D) **S**

निम्नलिखित अभिक्रिया का (के) मुख्य उत्पाद है (हैं)



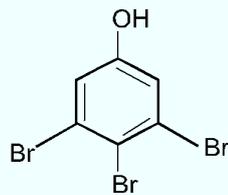
**P**

(A) **P**



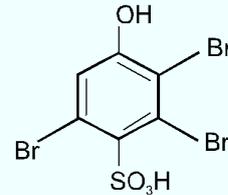
**Q**

(B) **Q**



**R**

(C) **R**

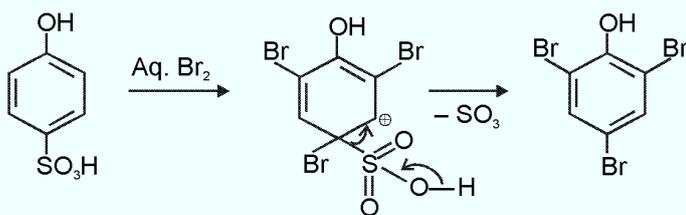


**S**

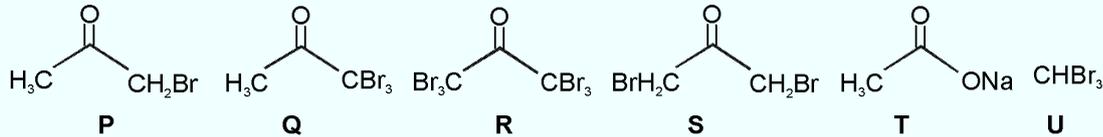
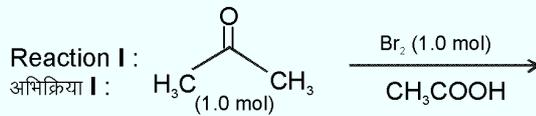
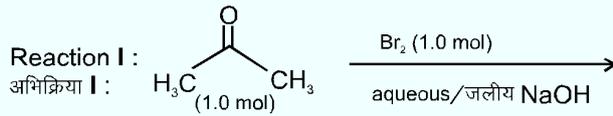
(D) **S**

Ans. (B)

Sol.

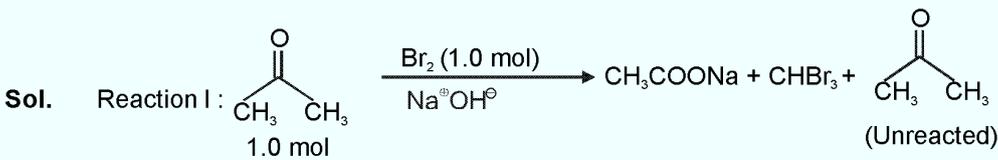


24. After completion of the reactions (I and II), the organic compound(s) in the reaction mixtures is (are)  
 रासायनिक अभिक्रियाओं (I और II) के पूरे होने के बाद रासायनिक मिश्रण में कार्बनिक यौगिक (यौगिकों) को बताएँ।

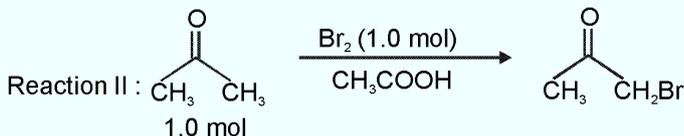


- (A) Reaction I : P and Reaction II : P  
 (B) Reaction I : U, acetone and Reaction II : Q, acetone  
 (C) Reaction I : T, U, acetone and Reaction II : P  
 (D) Reaction I : R, acetone and Reaction II : S, acetone
- (A) अभिक्रिया I : P और अभिक्रिया II : P  
 (B) अभिक्रिया I : U, एसीटोन और अभिक्रिया II : Q, एसीटोन  
 (C) अभिक्रिया I : T, U, एसीटोन और अभिक्रिया II : P  
 (D) अभिक्रिया I : R, एसीटोन और अभिक्रिया II : S, एसीटोन

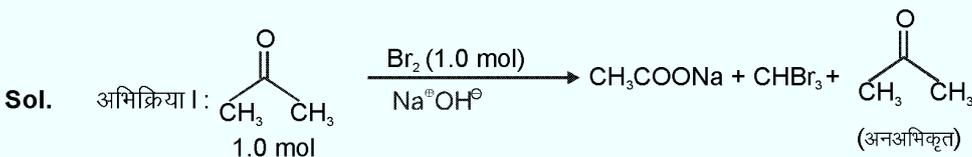
Ans. (C)



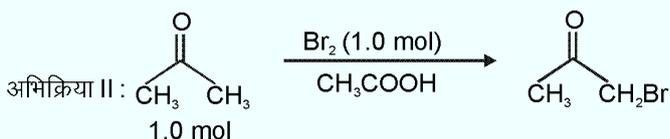
(In basic medium complete haloform reaction takes place since the rate of reaction increases with each  $\alpha$ -halogenation)



(In acidic medium monohalogenation takes place with 1-mol of halogen)



(क्षारीय माध्यम में हेलोफॉर्म अभिक्रिया पूर्ण रूप से सम्पन्न होती है। तथा प्रत्येक  $\alpha$ -हेलोजनीकरण पर अभिक्रिया की दर बढ़ती है।)



(अम्लीय माध्यम में 1 mol हैलोजन के साथ मोनोहेलोजनीकरण होता है।)

25. The correct statement(s) about O<sub>3</sub> is (are)

(A) O-O bond lengths are equal.

(C) O<sub>3</sub> is diamagnetic in nature.

O<sub>3</sub> के संदर्भ में सही वक्तव्य है (हैं)

(A) O-O आबंधों की लंबाई बराबर है।

(C) O<sub>3</sub> प्रतिचुंबकीय है।

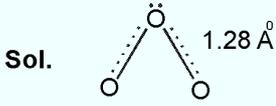
(B) Thermal decomposition of O<sub>3</sub> is endothermic.

(D) O<sub>3</sub> has a bent structure.

(B) O<sub>3</sub> का तापीय वियोजन ऊष्माशोषी है।

(D) O<sub>3</sub> की संरचना बंकित होती है।

Ans. (A,C,D)



All electrons are paired so diamagnetic (सभी इलेक्ट्रॉन युग्मित हैं अतः प्रतिचुंबकीय है)



$$\Delta H = + 142 \text{ KJ/mol.}$$

26. In the nuclear transmutation



(X, Y) is (are)

(A) ( $\gamma$ , n)

(B) (p, D)

(C) (n, D)

(D) ( $\gamma$ , p)

निम्नलिखित नाभिकीय तत्वांतरण



में (X, Y) हैं/हैं

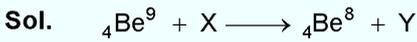
(A) ( $\gamma$ , n)

(B) (p, D)

(C) (n, D)

(D) ( $\gamma$ , p)

Ans. (A,B)



If X is  ${}^0_0\gamma$  then Y is  ${}^1_0\text{n}$

(यदि X,  ${}^0_0\gamma$  है तब Y,  ${}^1_0\text{n}$  होगा)

If X is  ${}^1_1\text{P}$  then Y is  ${}^2_1\text{D}$

(यदि X,  ${}^1_1\text{P}$  है तब Y,  ${}^2_1\text{D}$  होगा)

27. The carbon-based reduction method is **NOT** used for the extraction of

(A) tin from SnO<sub>2</sub>

(B) iron from Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

(C) aluminium from Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

(D) magnesium from MgCO<sub>3</sub>, CaCO<sub>3</sub>

धातुओं के निष्कर्षण में कार्बन आधारित अपचयक विधि का प्रयोग किन अयस्कों में नहीं होता है ?

(A) SnO<sub>2</sub> से टिन

(B) Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> से आयरन

(C) Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> से ऐलुमिनियम

(D) MgCO<sub>3</sub>, CaCO<sub>3</sub> से मैग्नीशियम

Ans. (C,D)

Sol. SnO<sub>2</sub> and Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> are reduced by C reduction method.

Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and MgCO<sub>3</sub>, CaCO<sub>3</sub> are reduced by electrolytic reduction.

Sol. SnO<sub>2</sub> तथा Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> कार्बन अपचयन द्वारा अपचयित होते हैं।

Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> तथा MgCO<sub>3</sub>, CaCO<sub>3</sub> का अपचयन विद्युत अपघटनी अपचयन द्वारा होता है।

28. The thermal dissociation equilibrium of CaCO<sub>3</sub>(s) is studied under different conditions.



For this equilibrium, the correct statement(s) is (are)

(A)  $\Delta H$  is dependent on T

(B) K is independent of the initial amount of CaCO<sub>3</sub>

(C) K is dependent on the pressure of CO<sub>2</sub> at a given T

(D)  $\Delta H$  is independent of the catalyst, if any

$\text{CaCO}_3$  (ठोस) के ऊष्मीय विघटन की साम्यावस्था का अध्ययन विभिन्न अवस्थाओं में किया गया।



इस साम्यावस्था के लिये, सही प्रकथन है (हैं)

- (A)  $\Delta H$  तापमान पर निर्भर करता है।  
 (B) साम्यवस्था स्थिरांक (K)  $\text{CaCO}_3$  के प्रारम्भिक परिमाण पर निर्भर नहीं करता है।  
 (C) K नियत तापमान पर  $\text{CO}_2$  के दाब पर निर्भर करता है।  
 (D)  $\Delta H$  उत्प्रेरक (अगर हो) के प्रभाव पर निर्भर नहीं करता है।

**Ans.** (A, B, D)

**Sol.** (A)  $\Delta H_2 - \Delta H_1 = C_{P(\text{rxn})} (T_2 - T_1)$   
 and  $C_p$  depends on temperature. Hence enthalpy also depends on temperature.



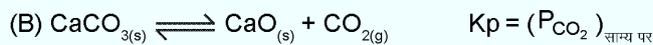
For a given reaction.

Keq. depends only on temperature.

(C) Keq depends only on temperature.

(D) Enthalpy of reaction is independent of the catalyst. Catalyst generally changes activation energy.

**Sol.** (A)  $\Delta H_2 - \Delta H_1 = C_{P(\text{rxn})} (T_2 - T_1)$   
 $C_p$  तापमान पर निर्भर करती है अतः एन्थैल्पी भी तापमान पर निर्भर करेगी।



अभिक्रिया के लिए Keq केवल तापमान पर निर्भर करता है

(C) Keq केवल तापमान पर निर्भर करता है

(D) अभिक्रिया की एन्थैल्पी उत्प्रेरक के प्रभाव से मुक्त होती है। सामान्यतः उत्प्रेरक सक्रियण ऊर्जा में परिवर्तन करता है।

### SECTION – 2 : (Paragraph Type)

#### खण्ड – 2 : (अनुच्छेद प्रकार)

This section contains 4 paragraphs each describing theory, experiment, data etc. **Eight questions** relate to four paragraphs with two questions on each paragraph. Each question of a paragraph has **only one correct answer** among the four choices (A), (B), (C) and (D).

इस खण्ड में सिद्धांतों, प्रयोगों और आँकड़ों आदि को दर्शाने वाले 4 अनुच्छेद हैं। चारों अनुच्छेदों से संबंधित आठ प्रश्न हैं, जिनमें से हर अनुच्छेद पर दो प्रश्न हैं। किसी भी अनुच्छेद में हर प्रश्न के चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है।

#### Paragraph for Question 29 and 30

##### प्रश्न 29 एवं 30 के लिये अनुच्छेद

An aqueous solution of a mixture of two inorganic salts, when treated with dilute HCl, gave a precipitate (P) and a filtrate (Q). The precipitate P was found to dissolve in hot water. The filtrate (Q) remained unchanged, when treated with  $\text{H}_2\text{S}$  in a dilute mineral acid medium. However, it gave a precipitate (R) with  $\text{H}_2\text{S}$  in an ammoniacal medium. The precipitate R gave a coloured solution (S), when treated with  $\text{H}_2\text{O}_2$  in an aqueous NaOH medium.

दो अकार्बनिक लवणों के एक मिश्रण का जलीय विलयन तनु HCl अम्ल द्वारा अपचयन कर एक अवक्षेप (P) और एक फिल्ट्रेट (Q) देता है। अवक्षेप P गर्म जल में घुलनशील है। फिल्ट्रेट (Q) तनु खनिज अम्लीय माध्यम में  $\text{H}_2\text{S}$  द्वारा विवेचन पर अपरिवर्तित रहता है, किन्तु एमोनिकल माध्यम में  $\text{H}_2\text{S}$  के साथ अवक्षेप (R) देता है। अवक्षेप (R) के साथ जलीय NaOH माध्यम तथा  $\text{H}_2\text{O}_2$  की अभिक्रिया रंगीन विलयन (S) देती है।

**29.** The precipitate P contains

- (A)  $\text{Pb}^{2+}$                       (B)  $\text{Hg}_2^{2+}$                       (C)  $\text{Ag}^+$                       (D)  $\text{Hg}^{2+}$

अवक्षेप P में उपस्थित है

- (A)  $\text{Pb}^{2+}$                       (B)  $\text{Hg}_2^{2+}$                       (C)  $\text{Ag}^+$                       (D)  $\text{Hg}^{2+}$

**Ans.** (A)

**Sol.**  $Pb^{2+} + 2Cl^{-} \longrightarrow PbCl_2$  (white ppt)  
soluble in hot water

**Sol.**  $Pb^{2+} + 2Cl^{-} \longrightarrow PbCl_2$  (श्वेत अवक्षेप)  
गर्म जल में विलेय

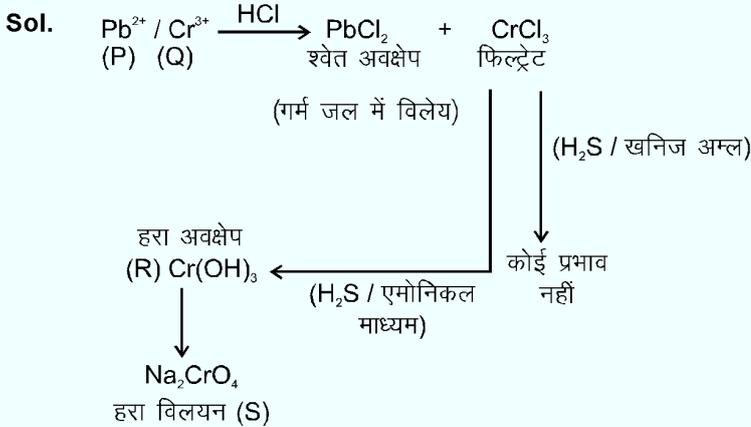
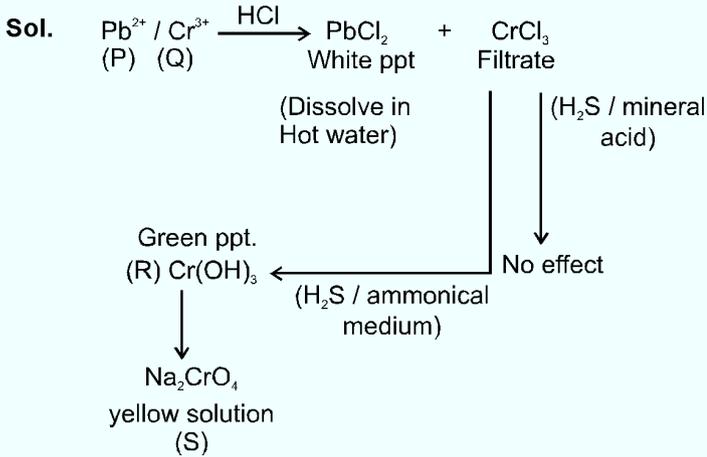
**30.** The coloured solution **S** contains

(A)  $Fe_2(SO_4)_3$                       (B)  $CuSO_4$                       (C)  $ZnSO_4$                       (D)  $Na_2CrO_4$

रंगीन विलयन **S** में उपस्थित है

(A)  $Fe_2(SO_4)_3$                       (B)  $CuSO_4$                       (C)  $ZnSO_4$                       (D)  $Na_2CrO_4$

**Ans.** (D)

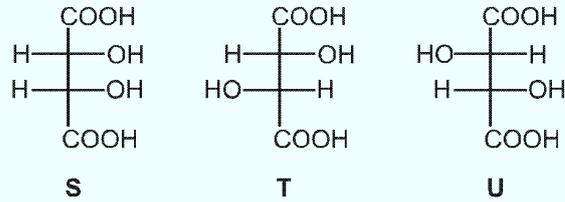


**Paragraph for Question 31 and 32**

प्रश्न 31 एवं 32 के लिये अनुच्छेद

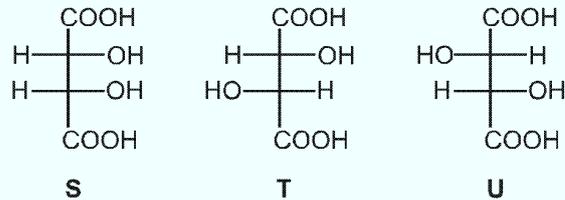
**P** and **Q** are isomers of dicarboxylic acid  $C_4H_4O_4$ . Both decolorize  $Br_2/H_2O$ . On heating, **P** forms the cyclic anhydride.

Upon treatment with dilute alkaline  $KMnO_4$ , **P** as well as **Q** could produce one or more than one from **S**, **T** and **U**.



**P** और **Q** एक डाइकार्बोक्सिलिक अम्ल  $C_4H_4O_4$  के दो समावयवी हैं। दोनों  $Br_2/H_2O$  को रंगहीन करते हैं। गर्म करने पर **P** चक्रीय एनहाइड्रिड बनाता है।

तनु क्षारीय  $KMnO_4$  द्वारा **P** और **Q** अलग-अलग अभिक्रिया कर एक अथवा एक से अधिक यौगिक **S**, **T** अथवा **U** बना सकते हैं।



31. Compounds formed from **P** and **Q** are, respectively  
 (A) Optically active **S** and optically active pair (**T**, **U**)  
 (B) Optically inactive **S** and optically inactive pair (**T**, **U**)  
 (C) Optically active pair (**T**, **U**) and optically active **S**  
 (D) Optically inactive pair (**T**, **U**) and optically inactive **S**

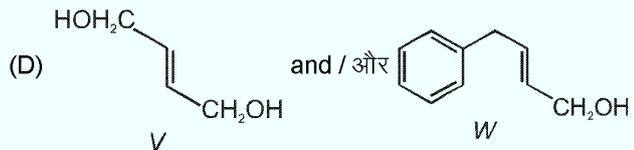
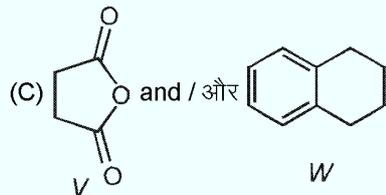
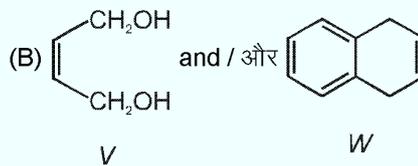
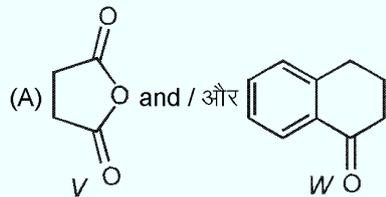
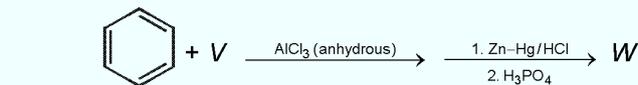
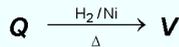
**P** तथा **Q** द्वारा बने यौगिक क्रमशः है

- (A) ध्रुवण घूर्णक **S** एवं ध्रुवण घूर्णक युग्म (**T**, **U**)      (B) ध्रुवण निष्क्रिय **S** एवं ध्रुवण निष्क्रिय युग्म (**T**, **U**)  
 (C) ध्रुवण घूर्णक युग्म (**T**, **U**) एवं ध्रुवण घूर्णक **S**      (D) ध्रुवण निष्क्रिय युग्म (**T**, **U**) एवं ध्रुवण निष्क्रिय **S**

Ans. (B)

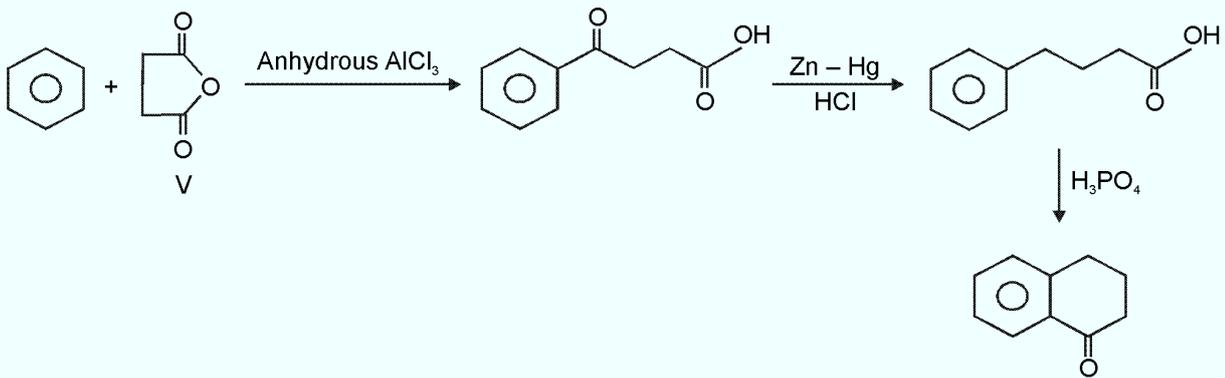
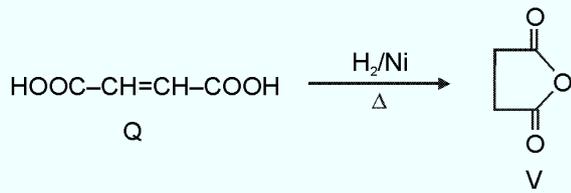
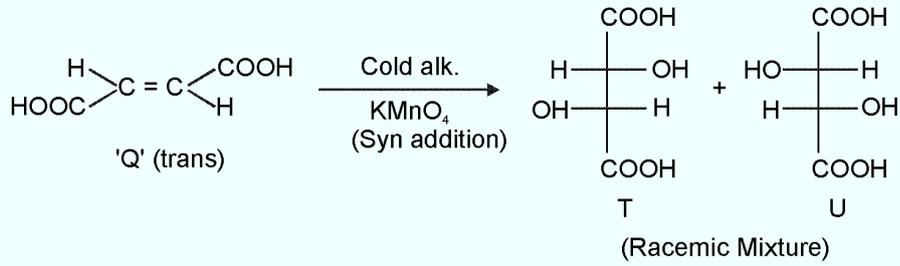
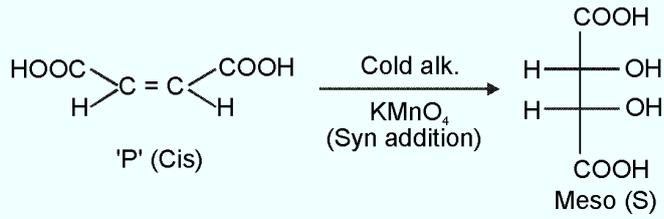
32. In the following reaction sequences **V** and **W** are respectively :

निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रमों में, **V** और **W** क्रमशः हैं :

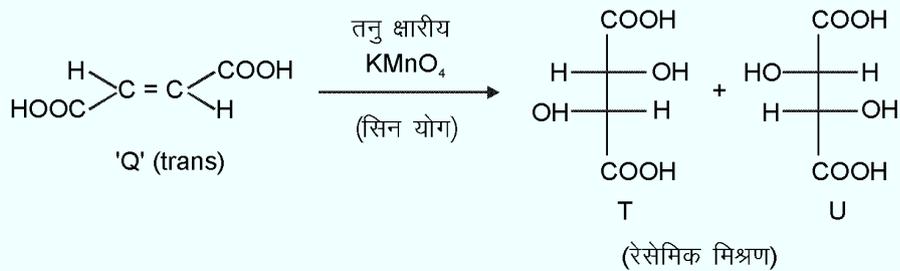
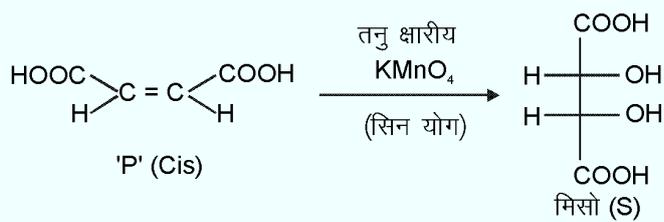


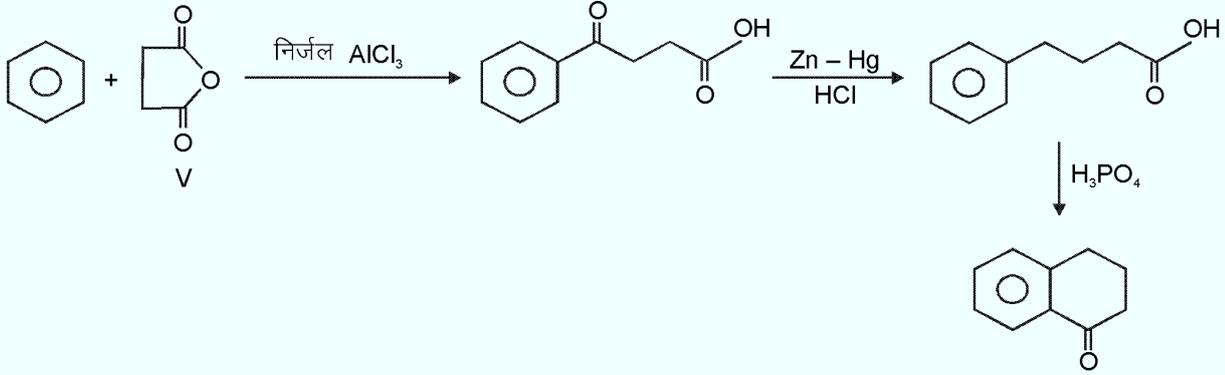
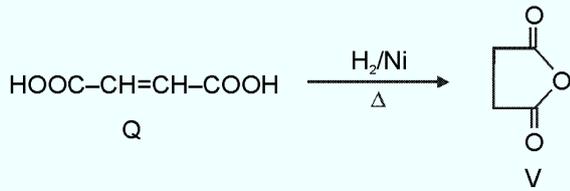
Ans. (A)

Sol. (31 & 32)



Sol. (31 & 32)



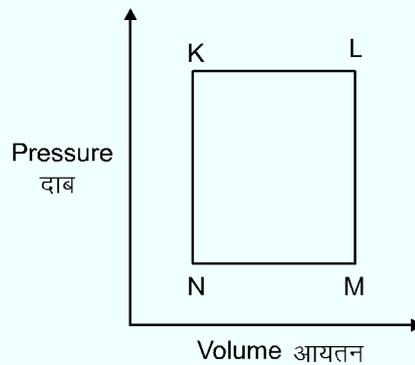


**Paragraph for Questions 33 to 34**

प्रश्न 33 एवं 34 के लिये अनुच्छेद

A fixed mass 'm' of a gas is subjected to transformation of states from K to L to M to N and back to K as shown in the figure

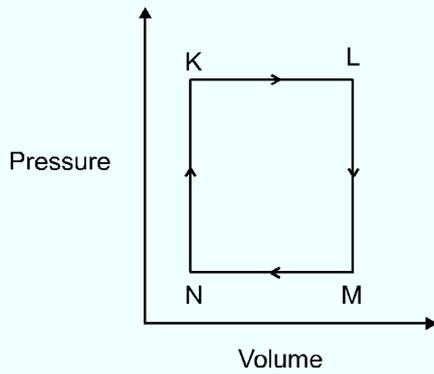
एक गैस के निश्चित द्रव्यमान 'm' की अवस्था परिवर्तन K से L से M से N तथा वापस K में चित्र द्वारा दिखाई गई है



33. The succeeding operations that enable this transformation of states are
- |  |  |
|--|--|
| (A) Heating, cooling, heating, cooling | (B) Cooling, heating, cooling, heating |
| (C) Heating, cooling, cooling, heating | (D) Cooling, heating, heating, cooling |
- क्रमिक परिचालन जो इन अवस्था परिवर्तनों में सहायक हैं, वह है
- |                                    |                                    |
|------------------------------------|------------------------------------|
| (A) गर्म, ठंडा, गर्म, ठंडा करने पर | (B) ठंडा, गर्म, ठंडा गर्म करने पर  |
| (C) गर्म, ठंडा, ठंडा, गर्म करने पर | (D) ठंडा, गर्म, गर्म, ठंडा करने पर |

Ans. (C)

Sol.



$K \rightarrow L \Rightarrow V \uparrow$  at constant P

Hence  $T \uparrow$  (Heating)

$L \rightarrow M \Rightarrow P \downarrow$  at constant V

Hence  $T \downarrow$  (Cooling)

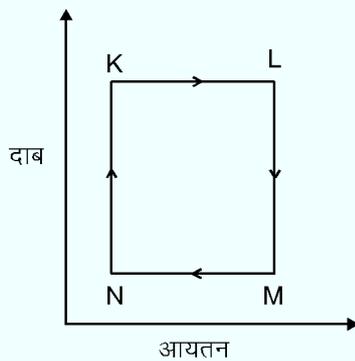
$M \rightarrow N \Rightarrow V \downarrow$  at constant P

Hence  $T \downarrow$  (Cooling)

$N \rightarrow K \Rightarrow P \uparrow$  at constant V

Hence  $T \uparrow$  (Heating)

Sol.



$K \rightarrow L \Rightarrow$  नियत P पर  $V \uparrow$ , अतः  $T \uparrow$  (गर्म)

$L \rightarrow M \Rightarrow$  नियत V पर  $P \downarrow$ , अतः  $T \downarrow$  (ठंडा)

$M \rightarrow N \Rightarrow$  नियत P पर  $V \downarrow$ , अतः  $T \downarrow$  (ठंडा)

$N \rightarrow K \Rightarrow$  नियत V पर  $P \uparrow$ , अतः  $T \uparrow$  (गर्म)

34. The pair of isochoric processes among the transformation of states is

(A) K to L and L to M

(B) L to M and N to K

(C) L to M and M to N

(D) M to N and N to K

अवस्था परिवर्तनों की स्थितियों में समआयतनिक प्रक्रम युग्म है

(A) K से L और L से M

(B) L से M और N से K

(C) L से M और M से N

(D) M से N और N से K

Ans. (B)

Sol.  $L \rightarrow M$

$M \rightarrow K$

Both are having constant volume therefore these processes are isochoric.

दोनों प्रक्रम नियत आयतन पर हो रहे हैं अतः यह प्रक्रम समआयतनिक प्रक्रम है।

**Paragraph for Questions 35 to 36**

प्रश्न 35 एवं 36 के लिये अनुच्छेद

The reactions of  $\text{Cl}_2$  gas with cold-dilute and hot-concentrated  $\text{NaOH}$  in water give sodium salts to two (different) oxoacids of chlorine, **P** and **Q**, respectively. The  $\text{Cl}_2$  gas reacts with  $\text{SO}_2$  gas, in presence of charcoal, to give a product **R**. **R** reacts with white phosphorus to give a compound **S**. On hydrolysis, **S** gives an oxoacid of phosphorus **T**.

$\text{Cl}_2$  गैस तनु और सान्द्र  $\text{NaOH}$  के जलीय विलयन द्वारा क्रमशः ठंडे और गर्म अवस्था में अभिक्रिया कर दो (भिन्न) क्लोरीन के ऑक्सो-अम्ल के सोडियम लवण, **P** और **Q** देते हैं।  $\text{Cl}_2(\text{g})$  चारकोल की उपस्थिति में  $\text{SO}_2(\text{g})$  से अभिक्रिया कर उत्पाद **R** देता है। **R** सफेद फास्फोरस द्वारा अभिक्रिया कर यौगिक **S** देता है। **S** की जल-अपघटन क्रिया फास्फोरस का एक आक्सोअम्ल **T** देता है।

**35.** **P** and **Q**, respectively, are the sodium salts of

(A) hypochlorous and chloric acids

(B) hypochlorous and chlorous acids

(C) chloric and perchloric acids

(D) chloric and hypochlorous acids

**P** और **Q** क्रमशः इनके सोडियम लवण हैं

(A) हापोक्लोरस और क्लोरिक अम्ल

(B) हापोक्लोरस और क्लोरस अम्ल

(C) क्लोरिक और परक्लोरिक अम्ल

(D) क्लोरिक और हाइपोक्लोरस अम्ल

**Ans. (A)**

**36.** **R**, **S** and **T**, respectively, are

(A)  $\text{SO}_2\text{Cl}_2$ ,  $\text{PCl}_5$  and  $\text{H}_3\text{PO}_4$

(B)  $\text{SO}_2\text{Cl}_2$ ,  $\text{PCl}_3$  and  $\text{H}_3\text{PO}_3$

(C)  $\text{SOCl}_2$ ,  $\text{PCl}_3$  and  $\text{H}_3\text{PO}_2$

(D)  $\text{SOCl}_2$ ,  $\text{PCl}_5$  and  $\text{H}_3\text{PO}_4$

**R**, **S** और **T** क्रमशः हैं

(A)  $\text{SO}_2\text{Cl}_2$ ,  $\text{PCl}_5$  और  $\text{H}_3\text{PO}_4$

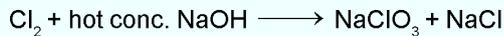
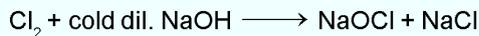
(B)  $\text{SO}_2\text{Cl}_2$ ,  $\text{PCl}_3$  और  $\text{H}_3\text{PO}_3$

(C)  $\text{SOCl}_2$ ,  $\text{PCl}_3$  और  $\text{H}_3\text{PO}_2$

(D)  $\text{SOCl}_2$ ,  $\text{PCl}_5$  और  $\text{H}_3\text{PO}_4$

**Ans. (B)**

**Sol. (35 & 36)**

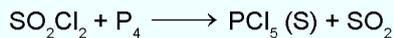


$\text{NaOCl}$  is salt of hypochlorous acid = **P**.

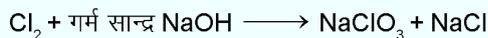
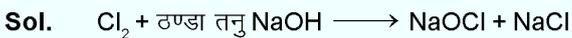
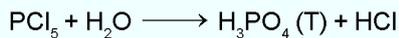
$\text{NaOCl}_3$  is salt of chloric acid = **Q**.



(NCERT, Pg. No. - 188)



(NCERT, Pg. No.- 177)

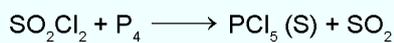


$\text{NaOCl}$  हाइपोक्लोरस अम्ल का लवण है = **P**.

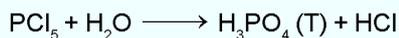
$\text{NaOCl}_3$  क्लोरिक अम्ल का लवण है = **Q**.



(NCERT, Pg. No. - 188)



(NCERT, Pg. No.- 177)



SECTION – 3 : (Matching List Type)

खण्ड – 3 : (सुमेलन सूची प्रकार)

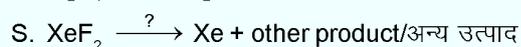
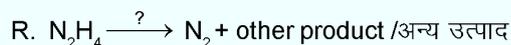
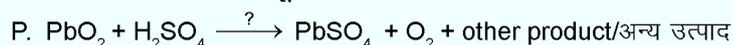
This section contains 4 multiple choice questions. Each questions has matching lists. The codes for the lists have choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONLY ONE** is correct.

इस खण्ड में 4 बहुविकल्प प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में सुमेलन सूची है। सूचियों के लिए कोड के विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से केवल एक सही है।

37. The unbalanced chemical reactions given in List I show missing reagent or condition (?) which are provided in List II. Match List I with List II and select the correct answer using the code given below the lists :

सूची I में लिखित असंतुलित अभिक्रिया में अप्रदर्शित अभिकर्मक/अवस्थाएँ सूची II में दी गई हैं। सूची I को सूची II से सुमेलित कीजिए तथा सूचियों के नीचे दिए गये कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिये :

List I / सूची I



Codes :

	P	Q	R	S
(A)	4	2	3	1
(B)	3	2	1	4
(C)	1	4	2	3
(D)	3	4	2	1

List II / सूची II

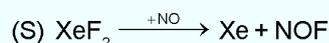
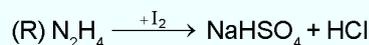
1. NO

2.  $\text{I}_2$

3. Warm/ गर्म

4.  $\text{Cl}_2$

Ans. (D)



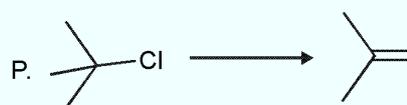
Hence, Answer is (D).

अतः उत्तर (D) है।

38. Match the chemical conversions in List I with the appropriate reagents in List II and select the correct answer using the code given below the lists :

सूची I में दिये गये रासायनिक रूपांतरणों को सूची II में दिए गये उपयुक्त अभिकर्मकों के साथ सुमेलित कीजिए तथा सूचियों के नीचे दिए गये कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिये :

List I / सूची I



List II / सूची II

1. (i)  $\text{Hg}(\text{OAc})_2$ ; (ii)  $\text{NaBH}_4$

2.  $\text{NaOEt}$

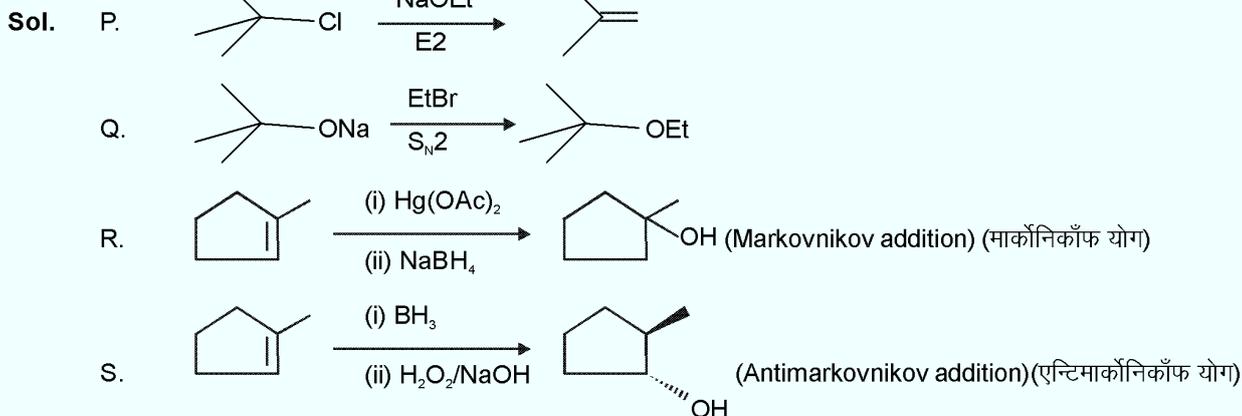
3.  $\text{Et-Br}$

4. (i)  $\text{BH}_3$ ; (ii)  $\text{H}_2\text{O}_2/\text{NaOH}$

Codes :

	P	Q	R	S
(A)	2	3	1	4
(B)	3	2	1	4
(C)	2	3	4	1
(D)	3	2	4	1

Ans. (A)



39. An aqueous solution of X is added slowly to an aqueous solution of Y as shown in list I. The variation in conductivity of these reactions is given in List II. Match List I with List II and select the correct answer using the code given below the lists :

**List I**

P.	$(C_2H_5)_3N$	+	$CH_3COOH$
	X		Y
Q.	KI (0.1M)	+	AgNO <sub>3</sub> (0.01M)
	X		Y
R.	$CH_3COOH$	+	KOH
	X		Y
S.	NaOH	+	HI
	X		Y

**List II**

1. Conductivity decreases and then increases
2. Conductivity decreases and then does not change much
3. Conductivity increases and then does not change much
4. Conductivity does not change much and then increases

X के जलीय विलयन में क्रमशः Y का जलीय विलयन धीरे-धीरे डाला जाता है, जैसे सूची I में दिखाया गया है। इन अभिक्रियाओं से उत्पन्न चालकता की भिन्नता सूची II में दी गई है। सूची I को सूची II से सुमेलित कीजिए तथा सूचियों के नीचे दिये गये कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिये :

**सूची I**

P.	$(C_2H_5)_3N$	+	$CH_3COOH$
	X		Y
Q.	KI (0.1M)	+	AgNO <sub>3</sub> (0.01M)
	X		Y
R.	$CH_3COOH$	+	KOH
	X		Y
S.	NaOH	+	HI
	X		Y

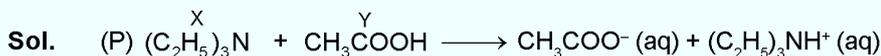
**सूची II**

1. चालकता घटती है और तत्पश्चात् बढ़ती है।
2. चालकता घटती है और तत्पश्चात् अधिक परिवर्तित नहीं होती।
3. चालकता बढ़ती है और तत्पश्चात् अधिक परिवर्तित नहीं होती।
4. चालकता अधिक परिवर्तित नहीं होती है और तत्पश्चात् बढ़ती है।

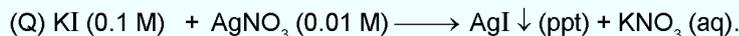
Codes :

	P	Q	R	S
(A)	3	4	2	1
(B)	4	3	2	1
(C)	2	3	4	1
(D)	1	4	3	2

Ans. (D)



As  $\text{CH}_3\text{COOH}$  is a weak acid, its conductivity is already less. On addition of weak base, acid-base reaction takes place and new ions are created. So conductivity increases.



As the only reaction taking place is precipitation of  $\text{AgI}$  and in place of  $\text{Ag}^+$ ,  $\text{K}^+$  is coming in the solution, conductivity remain nearly constant and then increases.

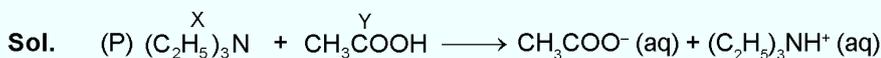


$\text{OH}^- (\text{aq})$  is getting replaced by  $\text{CH}_3\text{COO}^-$ , which has poorer conductivity. So conductivity decreases and then after the end point, due to common ion effect, no further creation of ions take place. So, conductivity remain nearly same.



As  $\text{H}^+$  is getting replaced by  $\text{Na}^+$  conductivity decreases and after end point, due to  $\text{OH}^-$ , it increases.

So answer of 39 is : (P) – (3) ; (Q) – (4) ; (R) – (2) ; (S) – (1). Answer is (D).



$\text{CH}_3\text{COOH}$  एक दुर्बल अम्ल है जिसकी चालकता कम है। दुर्बल क्षार मिलाने पर अम्ल-क्षार अभिक्रिया होगी जिससे नये आयनों का निर्माण होगा एवं चालकता बढ़ेगी



केवल इसी अभिक्रिया में  $\text{AgI}$  का अवक्षेपण हो रहा है तथा  $\text{Ag}^+$  के स्थान पर  $\text{K}^+$  विलयन में आयेगा, चालकता तकरीबन नियत रहेगी फिर बढ़ेगी



$\text{OH}^- (\text{aq})$ ,  $\text{CH}_3\text{COO}^-$  द्वारा प्रतिस्थापित हो रहा है जो कि कम चालकता रखता है। अतः चालकता घटती है तथा अन्तिम बिन्दु के पश्चात समआयन प्रभाव के कारण आयनों का निर्माण नहीं होगा जिससे चालकता तकरीबन नियत रहेगी।



$\text{Na}^+$ ,  $\text{H}^+$  को प्रतिस्थापित करता है, फलस्वरूप चालकता घटती है तथा अन्तिम बिन्दु के पश्चात  $\text{OH}^-$  के कारण चालकता बढ़ती है।

अतः 39 का उत्तर : (P) – (3) ; (Q) – (4) ; (R) – (2) ; (S) – (1) होगा।

**40.** The standard reduction potential data at  $25^\circ\text{C}$  is given below.

मानक अपचायक विभव  $25^\circ\text{C}$  पर निम्नलिखित हैं।

$$E^\circ (\text{Fe}^{3+}.\text{Fe}^{2+}) = + 0.77 \text{ V} ;$$

$$E^\circ (\text{Fe}^{2+}.\text{Fe}) = - 0.44 \text{ V} ;$$

$$E^\circ (\text{Cu}^{2+}.\text{Cu}) = + 0.34 \text{ V} ;$$

$$E^\circ (\text{Cu}^+.\text{Cu}) = + 0.52 \text{ V} ;$$

$$E^\circ (\text{O}_2(\text{g}) + 4\text{H}^+ + 4\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}) = + 1.23 \text{ V} ;$$

$$E^\circ (\text{O}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e}^- \rightarrow 4\text{OH}^-) = + 0.40 \text{ V}$$

$$E^\circ (\text{Cr}^{3+}.\text{Cr}) = - 0.74 \text{ V} ;$$

$$E^\circ (\text{Cr}^{2+}.\text{Cr}) = - 0.91 \text{ V}$$

Match  $E^\circ$  of the rebox pair in List I with the values given in List II and select the correct answer using the code given below the lists :



PART - III MATHEMATICS

SECTION – 1 : (One or more options correct Type)

खण्ड – 1 : (एक या अधिक सही विकल्प प्रकार)

This section contains 8 multiple choice questions. Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which ONE or MORE are correct.

इस खण्ड में 8 बहुविकल्प प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से एक या अधिक सही है।

41. For  $a \in \mathbb{R}$  (the set of all real numbers),  $a \neq -1$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1^a + 2^a + \dots + n^a)}{(n+1)^{a-1}[(na+1) + (na+2) + \dots + (na+n)]} = \frac{1}{60}$ . Then  $a =$

$a \in \mathbb{R}$  (सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय),  $a \neq -1$  के लिए  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1^a + 2^a + \dots + n^a)}{(n+1)^{a-1}[(na+1) + (na+2) + \dots + (na+n)]} = \frac{1}{60}$  तब

$a =$

- (A) 5 (B) 7 (C)  $\frac{-15}{2}$  (D)  $\frac{-17}{2}$

Sol. (B, D)

$$\frac{2 \sum_{r=1}^n r^a}{(n+1)^{a-1} (2n^2a + n^2 + n)}$$

$$\frac{2 \sum_{r=1}^n \left(\frac{r}{n}\right)^a}{(1+1/n)^{a-1} (2n^2a + n^2 + n)}$$

$$\frac{2 \int_0^1 x^a dx}{2a+1}$$

$$\frac{2}{(2a+1)(a+1)} = \frac{1}{60}$$

$$120 = (2a+1)(a+1)$$

$$a = 7, -17/2$$

42. Circle(s) touching x-axis at a distance 3 from the origin and having an intercept of length  $2\sqrt{7}$  on y-axis is (are)

x-अक्ष को मूलबिन्दु से 3 दूरी पर स्पर्श करने वाला (वाले) तथा y-अक्ष पर  $2\sqrt{7}$  अन्तःखण्ड बनाने वाला (वाले) वृत्त है (हैं)

- (A)  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 9 = 0$  (B)  $x^2 + y^2 - 6x + 7y + 9 = 0$   
 (C)  $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$  (D)  $x^2 + y^2 - 6x - 7y + 9 = 0$

Sol. (AC)

Let माना  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

$$g^2 - c = 0$$

$$g^2 = c \quad \dots(i)$$

$$2\sqrt{f^2 - c} = 2\sqrt{7}$$

$$f^2 - c = 7 \quad \dots(ii)$$

$$9 + 0 + 6g + 0 + c = 0$$

$$9 + 6g + g^2 = 0$$

$$(g+3)^2 = 0$$

$$g = -3 \quad \therefore \quad c = 9$$

$$f^2 = 16 \quad f = \pm 4$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 6x \pm 8y + 9 = 0$$

43. Two lines  $L_1 : x = 5, \frac{y}{3-\alpha} = \frac{z}{-2}$  and  $L_2 : x = \alpha, \frac{y}{-1} = \frac{z}{2-\alpha}$  are coplanar. Then  $\alpha$  can take value(s)

दो रेखाएं  $L_1 : x = 5, \frac{y}{3-\alpha} = \frac{z}{-2}$  तथा  $L_2 : x = \alpha, \frac{y}{-1} = \frac{z}{2-\alpha}$  समतलीय है। तब  $\alpha$  का मान हो सकता है-

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Sol. (A, D)

$$\frac{x-5}{0} = \frac{-y}{\alpha-3} = \frac{z}{-2}$$

$$\frac{x-\alpha}{0} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2-\alpha}$$

$$\begin{vmatrix} 5-\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 3-\alpha & -2 \\ 0 & -1 & 2-\alpha \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} (5-\alpha)((3-\alpha)(2-\alpha)-2) &= 0 \\ (\alpha^2-5\alpha+6-2) &= 0 \\ (\alpha-5)(\alpha^2-5\alpha+4) &= 0 \\ \alpha &= 1, 4, 5 \end{aligned}$$

44. In a triangle PQR, P is the largest angle and  $\cos P = \frac{1}{3}$ . Further the incircle of the triangle touches the sides PQ, QR and RP at N, L and M respectively, such that the lengths of PN, QL and RM are consecutive even integers. Then possible length(s) of the side(s) of the triangle is (are)

त्रिभुज PQR में, P वृहत्तम कोण है तथा  $\cos P = \frac{1}{3}$ । इसके अतिरिक्त त्रिभुज का अन्तःवृत्त भुजाओं PQ, QR तथा RP को क्रमशः N, L तथा M पर इस तरह स्पर्श करता है कि PN, QL तथा RM की लम्बाइयाँ क्रमागत सम पूर्ण संख्याएं हैं। तब त्रिभुज की भुजा (भुजाओं) की सम्भावित लम्बाई (लम्बाइयाँ) है (हैं)

- (A) 16 (B) 18 (C) 24 (D) 22

Sol. (B, D)

$$\cos P = \frac{(2n+2)^2 + (2n+4)^2 - (2n+6)^2}{2(2n+2)(2n+4)} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{4n^2 - 16}{8(n+1)(n+2)} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{n^2 - 4}{2(n+1)(n+2)} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{n-2}{2(n+1)} = \frac{1}{3}$$

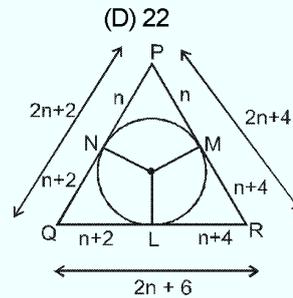
$$= 3n - 6 = 2n + 2$$

$$\Rightarrow n = 8$$

$$\Rightarrow 2n + 2 = 18$$

$$\Rightarrow 2n + 4 = 20$$

$$\Rightarrow 2n + 6 = 22$$



45. Let  $w = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$  and  $P = \{w^n : n = 1, 2, 3, \dots\}$ . Further  $H_1 = \left\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > \frac{1}{2}\right\}$  and  $H_2 = \left\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z < -\frac{1}{2}\right\}$ , where  $\mathbb{C}$  is the set of all complex numbers. If  $z_1 \in P \cap H_1, z_2 \in P \cap H_2$  and  $O$  represents the origin, then  $\angle z_1 O z_2 =$

माना कि  $w = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$  तथा  $P = \{w^n : n = 1, 2, 3, \dots\}$ . इसके अतिरिक्त  $H_1 = \left\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > \frac{1}{2}\right\}$  तथा

$H_2 = \left\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z < -\frac{1}{2}\right\}$ , जहाँ  $\mathbb{C}$  सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय है। यदि  $z_1 \in P \cap H_1, z_2 \in P \cap H_2$  तथा  $O$  मूलबिन्दु प्रदर्शित करता है, तब  $\angle z_1 O z_2 =$

- (A)  $\frac{\pi}{2}$                       (B)  $\frac{\pi}{6}$                       (C)  $\frac{2\pi}{3}$                       (D)  $\frac{5\pi}{6}$

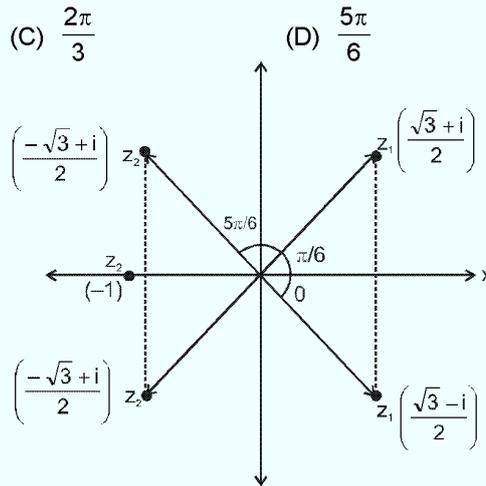
Sol. (C, D)

$P = w^n = \cos \frac{n\pi}{6} + i \sin \frac{n\pi}{6}, H_1 = \operatorname{Re} z > 1/2$

$z_1 \in P \cap H_1 = \frac{\sqrt{3}+i}{2}, \frac{\sqrt{3}-i}{2}$

$z_2 \in P \cap H_2 = -1, \frac{-\sqrt{3}+i}{2}, \frac{-\sqrt{3}-i}{2}$

$\angle z_1 O z_2 = \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \pi$



46. If  $3^x = 4^{x-1}$ , then  $x =$   
यदि  $3^x = 4^{x-1}$ , तब  $x =$

- (A)  $\frac{2 \log_3 2}{2 \log_3 2 - 1}$                       (B)  $\frac{2}{2 - \log_2 3}$                       (C)  $\frac{1}{1 - \log_4 3}$                       (D)  $\frac{2 \log_2 3}{2 \log_2 3 - 1}$

Sol. (A, B, C)

$3^x = 4^{x-1}$   
 $x = (x-1) \log_3 4$   
 $x(1 - 2 \log_3 2) = -2 \log_3 2$

$x = \frac{2 \log_3 2}{2 \log_3 2 - 1}$                       **Ans. (A)**

Again पुनः  
 $x \log_2 3 = (x-1) \cdot 2$   
 $x(\log_2 3 - 2) = -2$

$x = \frac{2}{2 - \log_2 3}$                       **Ans. (B)**

$x = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \log_2 3} = \frac{1}{1 - \log_4 3}$                       **Ans. (C)**

47. Let  $\omega$  be a complex cube root of unity with  $\omega \neq 1$  and  $P = [p_{ij}]$  be a  $n \times n$  matrix with  $p_{ij} = \omega^{i+j}$ . Then  $P^2 \neq 0$ , when  $n =$   
 इकाई का एक सम्मिश्र घनमूल  $\omega$  लीजिए, जहाँ  $\omega \neq 1$  तथा  $P = [p_{ij}]$  एक  $n \times n$  आव्यूह लीजिए, जहाँ  $p_{ij} = \omega^{i+j}$  तब  $P^2 \neq 0$ , जब  $n =$   
 (A) 57 (B) 55 (C) 58 (D) 56

Sol. (B, C, D)

$n = 1$

$n = 2$

$P = [\omega^2]$

$P = \begin{bmatrix} \omega^2 & \omega^3 \\ \omega^3 & \omega^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^2 & 1 \\ 1 & \omega \end{bmatrix}$

$P^2 = [\omega^4] \neq 0$

$P^2 = \begin{bmatrix} \omega^4 + 1 & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \neq 0$

$n = 3$

$P = \begin{bmatrix} \omega^2 & 1 & \omega \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega^2 & 1 & \omega \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Similarly  $P^2 \neq 0$  when  $n$  is not multiple of 3.

इसी प्रकार  $P^2 \neq 0$  जब  $n$ , 3 का गुणज नहीं है।

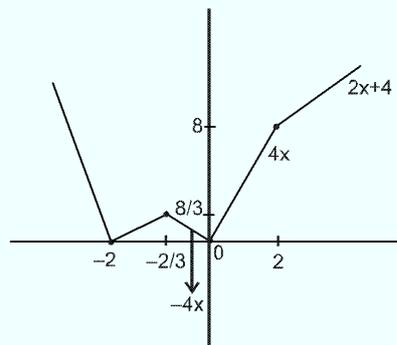
48. The function  $f(x) = 2|x| + |x + 2| - ||x + 2| - 2|x||$  has a local minimum or a local maximum at  $x =$   
 फलन  $f(x) = 2|x| + |x + 2| - ||x + 2| - 2|x||$  का एक स्थानीय न्यूनतम या एक स्थानीय अधिकतम जिन  $x$  के मान पर है, वह है—

- (A) -2 (B)  $-\frac{2}{3}$  (C) 2 (D)  $\frac{2}{3}$

Sol. (A, B)

$f(x) = 2|x| + |x + 2| - ||x + 2| - 2|x||$

$= \begin{cases} -2x - 4 & x \leq -2 \\ 2x + 4 & -2 < x \leq -2/3 \\ -4x & -2/3 < x \leq 0 \\ 4x & 0 < x \leq 2 \\ 2x + 4 & x > 2 \end{cases}$



Graph of  $y = f(x)$  is  
 minima at  $x = -2, 0$ ;    maxima at  $x = -2/3$

$y = f(x)$  का आरेख है

$x = -2, 0$  पर निम्निष्ठ ;     $x = -2/3$  पर उच्चिष्ठ

SECTION – 2 : (Paragraph Type)

खण्ड – 2 : (अनुच्छेद प्रकार)

This section contains 4 paragraphs each describing theory, experiment, data etc. **Eight questions** relate to four paragraphs with two questions on each paragraph. Each question of a paragraph has **only one correct answer** among the four choices (A), (B), (C) and (D).

इस खण्ड में सिद्धांतों, प्रयोगों और आँकड़ों आदि को दर्शाने वाले 4 अनुच्छेद हैं। चारों अनुच्छेदों से संबंधित आठ प्रश्न हैं, जिनमें से हर अनुच्छेद पर दो प्रश्न हैं। किसी भी अनुच्छेद में हर प्रश्न के चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है।

Paragraph for Question Nos. 49 to 50

प्रश्न 49 से 50 के लिए अनुच्छेद

Let  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  (the set of all real numbers) be a function. Suppose the function  $f$  is twice differentiable,  $f(0) = f(1) = 0$  and satisfies  $f''(x) - 2f'(x) + f(x) \geq e^x$ ,  $x \in [0, 1]$ .

माना कि  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  (सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय) एक फलन है। मान लीजिए फलन  $f$  दो बार अवकलनीय है,  $f(0) = f(1) = 0$  तथा  $f''(x) - 2f'(x) + f(x) \geq e^x$ ,  $x \in [0, 1]$  को संतुष्ट करता है।

49. Which of the following is true for  $0 < x < 1$  ?

निम्न में से कौन  $0 < x < 1$  के लिए सत्य है ?

- (A)  $0 < f(x) < \infty$       (B)  $-\frac{1}{2} < f(x) < \frac{1}{2}$       (C)  $-\frac{1}{4} < f(x) < 1$       (D)  $-\infty < f(x) < 0$

Sol. (D)

$$f''(x) - 2f'(x) + f(x) \geq e^x$$

$$f''(x) \cdot e^{-x} - f'(x)e^{-x} - f'(x)e^{-x} + f(x)e^{-x} \geq 1$$

$$\frac{d}{dx} (f'(x)e^{-x}) - \frac{d}{dx} (f(x) \cdot e^{-x}) \geq 1$$

$$\frac{d}{dx} (f'(x) e^{-x} - f(x) e^{-x}) \geq 1$$

$$\Rightarrow \frac{d^2}{dx^2} (e^{-x}f(x)) \geq 1 \quad \forall x \in [0, 1]$$

Let माना  $\phi(x) = e^{-x}f(x)$

$\Rightarrow \phi(x)$  is concave upward

$\Rightarrow \phi(x)$  ऊपर की ओर से अवतल है

$$f(0) = f(1) = 0$$

$$\Rightarrow \phi(0) = 0 = \phi(1)$$

$$\Rightarrow \phi(x) < 0$$

$$\Rightarrow f(x) < 0$$

50. If the function  $e^{-x} f(x)$  assumes its minimum in the interval  $[0, 1]$  at  $x = \frac{1}{4}$ , which of the following is true ?

यदि फलन  $e^{-x} f(x)$ , अन्तराल  $[0, 1]$  में अपना न्यूनतम मान  $x = \frac{1}{4}$  पर लेता है, तब निम्न में से कौन सत्य है ?

(A)  $f'(x) < f(x)$ ,  $\frac{1}{4} < x < \frac{3}{4}$       (B)  $f'(x) > f(x)$ ,  $0 < x < \frac{1}{4}$

(C)  $f'(x) < f(x)$ ,  $0 < x < \frac{1}{4}$       (D)  $f'(x) < f(x)$ ,  $\frac{3}{4} < x < 1$

Sol. (C)

$$\phi'(x) < 0, x \in (0, 1/4)$$

and और

$$\phi'(x) > 0, x \in (1/4, 1) \Rightarrow e^{-x} f'(x) - e^{-x} f(x) < 0, x \in (0, 1/4)$$

$$f'(x) < f(x), 0 < x < 1/4$$

Paragraph for Question Nos. 51 to 52

प्रश्न 51 से 52 के लिए अनुच्छेद

Let PQ be a focal chord of the parabola  $y^2 = 4ax$ . The tangents to the parabola at P and Q meet at a point lying on the line  $y = 2x + a$ ,  $a > 0$ .

माना कि PQ परवलय  $y^2 = 4ax$  की एक नाभीय जीवा है। बिन्दुओं P तथा Q पर परवलय की स्पर्श रेखाएँ एक बिन्दु पर मिलती हैं जो कि रेखा  $y = 2x + a$ ,  $a > 0$  पर स्थित है।

51. Length of chord PQ is

जीवा PQ की लम्बाई है:

- (A) 7a (B) 5a (C) 2a (D) 3a

Sol. (B)

R lies on  $y = 2x + a$

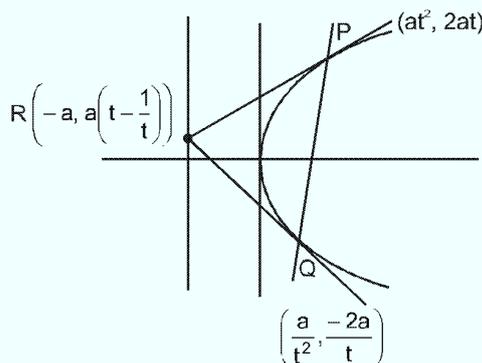
R,  $y = 2x + a$  रेखा पर स्थित है

$$\Rightarrow a\left(t - \frac{1}{t}\right) = -a$$

$$t - \frac{1}{t} = -1$$

$$\Rightarrow \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 = 1 + 4 = 5$$

$$PQ = a\left(t + \frac{1}{t}\right)^2 = 5a$$



52. If chord PQ subtends an angle  $\theta$  at the vertex of  $y^2 = 4ax$ , then  $\tan \theta =$

यदि जीवा PQ,  $y^2 = 4ax$  के शीर्ष पर कोण  $\theta$  अंतरित करती है तब  $\tan \theta =$

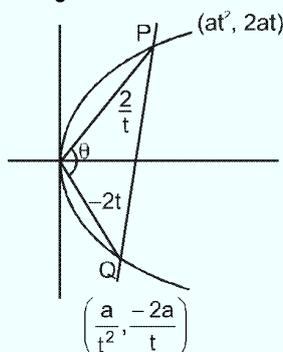
- (A)  $\frac{2}{3}\sqrt{7}$  (B)  $\frac{-2}{3}\sqrt{7}$  (C)  $\frac{2}{3}\sqrt{5}$  (D)  $\frac{-2}{3}\sqrt{5}$

Sol. (D)

$$t - \frac{1}{t} = -1$$

$$\Rightarrow t + \frac{1}{t} = \sqrt{5}$$

$$\tan \theta = \frac{\frac{2}{t} + 2t}{1 - 4} = \frac{2\left(\frac{1}{t} + t\right)}{-3} = \frac{2\sqrt{5}}{-3}$$



Paragraph for Question Nos. 53 to 54

प्रश्न 53 से 54 के लिए अनुच्छेद

Let  $S = S_1 \cap S_2 \cap S_3$ , where

$$S_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 4\}, S_2 = \left\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} \left[ \frac{z-1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i} \right] > 0 \right\} \text{ and}$$

$$S_3 : \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 0\}.$$

माना कि  $S = S_1 \cap S_2 \cap S_3$ , जहाँ

$$S_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 4\}, S_2 = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} \left[ \frac{z-1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i} \right] > 0 \right\} \text{ तथा}$$

$$S_3 = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 0\}.$$

53. Area of  $S =$   
 $S$  का क्षेत्रफल =

- (A)  $\frac{10\pi}{3}$                       (B)  $\frac{20\pi}{3}$                       (C)  $\frac{16\pi}{3}$                       (D)  $\frac{32\pi}{3}$

Sol. (B)

$$S_1 : x^2 + y^2 < 16$$

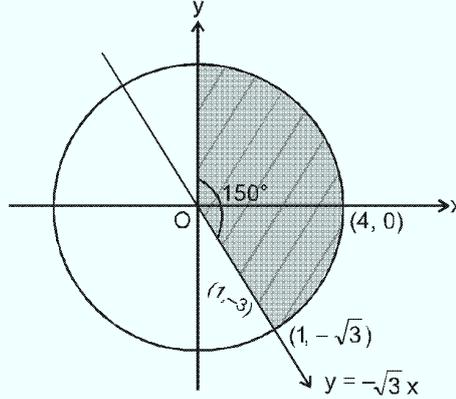
$$S_2 : \frac{z-1+\sqrt{3}i}{1-i\sqrt{3}} = \frac{(x-1)+i(y+\sqrt{3})}{1-\sqrt{3}i}$$

$$= \frac{\{(x-1)+i(y+\sqrt{3})\}\{1+\sqrt{3}i\}}{1+3}$$

$$S_2 : \frac{(x-1)\sqrt{3}+y+\sqrt{3}}{9} > 0$$

$$S_2 : \sqrt{3}x + y > 0 \text{ \& } S_3 : x > 0$$

$$A = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2} \times 16 \times \frac{5\pi}{6} = \frac{40\pi}{6} = \frac{20\pi}{3}$$



54.  $\min_{z \in S} |1-3i-z| =$

- (A)  $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$                       (B)  $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$                       (C)  $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$                       (D)  $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

Sol. (C)

$$\min_{z \in S} |1-3i-z| = \text{perpendicular length of point } (1, -3) \text{ from line } \sqrt{3}x + 4y = 0$$

$$\min_{z \in S} |1-3i-z| = \text{बिन्दु } (1, -3) \text{ से रेखा पर लम्बवत् दूरी } \sqrt{3}x + 4y = 0 \text{ है}$$

$$\left| \frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}+1} \right| = \left| \frac{\sqrt{3}-3}{2} \right| = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$$

**Paragraph for Question Nos. 55 to 56**

**प्रश्न 55 से 56 के लिए अनुच्छेद**

A box  $B_1$  contains 1 white ball, 3 red balls and 2 black balls. Another box  $B_2$  contains 2 white balls, 3 red balls and 4 black balls. A third box  $B_3$  contains 3 white balls, 4 red balls and 5 black balls.

एक पेटी  $B_1$  में 1 सफेद गेंद, 3 लाल गेंदे तथा 2 काली गेंदें हैं। एक दूसरी पेटी  $B_2$  में 2 सफेद गेंदें, 3 लाल गेंदें तथा 4 काली गेंदें हैं। एक तीसरी पेटी  $B_3$  में 3 सफेद गेंदें, 4 लाल गेंदें तथा 5 काली गेंदें हैं।

55. If 1 ball is drawn from each of the boxes  $B_1, B_2$  and  $B_3$ , the probability that all 3 drawn balls are of the same colour is

यदि पेटियों  $B_1, B_2$  तथा  $B_3$ , में प्रत्येक से 1 गेंद निकाली जाती है, तब निकाली गई सभी 3 गेंदों के एक ही रंग के होने की प्रायिकता है :

- (A)  $\frac{82}{648}$                       (B)  $\frac{90}{648}$                       (C)  $\frac{558}{648}$                       (D)  $\frac{566}{648}$

Sol. (A)

1 W 3 R 2 B	2 W 3 R 4 B	3 W 4 R 5 B
Bag 1	Bag 2	Bag 3

$$P(W W W) + P(R R R) + P(B B B)$$

$$\left(\frac{1}{6} \times \frac{2}{9} \times \frac{3}{12}\right) + \left(\frac{3}{6} \times \frac{3}{9} \times \frac{4}{12}\right) + \left(\frac{2}{6} \times \frac{4}{9} \times \frac{5}{12}\right) \Rightarrow \frac{6 + 36 + 40}{6 \times 9 \times 12} \Rightarrow \frac{82}{648}$$

56. If 2 balls are drawn (without replacement) from a randomly selected box and one of the balls is white and the other ball is red, the probability that these 2 balls are drawn from box  $B_2$  is

यदि 2 गेंदों एक यादृच्छिक चयनित पेटी से (बिना प्रतिस्थापन के) निकाली जाती हैं तथा एक गेंद सफेद व दूसरी गेंद लाल निकलती है, तब इन 2 गेंदों की पेटी  $B_2$  से निकलने की प्रायिकता है:

- (A)  $\frac{116}{181}$                       (B)  $\frac{126}{181}$                       (C)  $\frac{65}{181}$                       (D)  $\frac{55}{181}$

Sol. (D)

$$P(\text{Ball drawn from box 2 / one is W one is R}) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(\text{पेटी 2 से गेंद निकाली जाती है / एक W तथा एक R है}) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{2 \times 3}{{}^9C_2}}{\frac{1}{3} \left[ \frac{1 \times 3}{{}^6C_2} + \frac{2 \times 3}{{}^9C_2} + \frac{3 \times 4}{{}^{12}C_2} \right]} \\ &= \frac{\frac{2 \times 3 \times 2}{9 \times 8}}{\frac{3 \times 2}{6 \times 5} + \frac{2 \times 6 \times 2}{9 \times 8} + \frac{3 \times 4 \times 2}{12 \times 11}} \\ &= \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{2}{11}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{66 + 55 + 60}{55 \times 60}} \\ &= \frac{55}{181} \end{aligned}$$

**SECTION – 3 : (Matching List Type)**

**खण्ड – 3 : (सुमेलन सूची प्रकार)**

This section contains 4 multiple choice questions. Each questions has matching lists. The codes for the lists have choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONLY ONE** is correct.

इस खण्ड में 4 बहुविकल्प प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में सुमेलन सूची है। सूचियों के लिए कोड के विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से केवल एक सही है।

57. Match List I with List II and select the correct answer using the code given below the lists :

**List - I**

**List - II**

- |   |  |
|---|--|
| <p>P <math>\left( \frac{1}{y^2} \left( \frac{\cos(\tan^{-1} y) + y \sin(\tan^{-1} y)}{\cot(\sin^{-1} y) + \tan(\sin^{-1} y)} \right)^2 + y^4 \right)^{1/2}</math> takes value</p>                                     | <p>1. <math>\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}</math></p> |
| <p>Q. If <math>\cos x + \cos y + \cos z = 0 = \sin x + \sin y + \sin z</math> then possible value of <math>\cos \frac{x-y}{2}</math> is</p>   | <p>2. <math>\sqrt{2}</math></p>                      |
| <p>R. If <math>\cos \left( \frac{\pi}{4} - x \right) \cos 2x + \sin x \sin 2x \sec x = \cos x \sin 2x \sec x + \cos \left( \frac{\pi}{4} + x \right) \cos 2x</math> then possible value of <math>\sec x</math> is</p> | <p>3. <math>\frac{1}{2}</math></p>                   |
| <p>S. If <math>\cot \left( \sin^{-1} \sqrt{1-x^2} \right) = \sin \left( \tan^{-1} (x\sqrt{6}) \right)</math>, <math>x \neq 0</math>, then possible value of <math>x</math> is</p>                                     | <p>4. 1</p>  |

सूची I को सूची II से सुमेलित कीजिए तथा सूचियों के नीचे दिए गए कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिये :

**सूची - I**

**सूची- II**

- |   |  |
|---|--|
| <p>P <math>\left( \frac{1}{y^2} \left( \frac{\cos(\tan^{-1} y) + y \sin(\tan^{-1} y)}{\cot(\sin^{-1} y) + \tan(\sin^{-1} y)} \right)^2 + y^4 \right)^{1/2}</math> का मान है</p>                                     | <p>1. <math>\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}</math></p> |
| <p>Q. यदि <math>\cos x + \cos y + \cos z = 0 = \sin x + \sin y + \sin z</math> तब <math>\cos \frac{x-y}{2}</math> का सम्भावित मान है</p>  | <p>2. <math>\sqrt{2}</math></p>                      |
| <p>R. यदि <math>\cos \left( \frac{\pi}{4} - x \right) \cos 2x + \sin x \sin 2x \sec x = \cos x \sin 2x \sec x + \cos \left( \frac{\pi}{4} + x \right) \cos 2x</math> तब <math>\sec x</math> का सम्भावित मान है—</p> | <p>3. <math>\frac{1}{2}</math></p>                   |
| <p>S. यदि <math>\cot \left( \sin^{-1} \sqrt{1-x^2} \right) = \sin \left( \tan^{-1} (x\sqrt{6}) \right)</math>, <math>x \neq 0</math>, तब <math>x</math> का सम्भावित मान है—</p>                                     | <p>4. 1</p>  |

**Codes :**

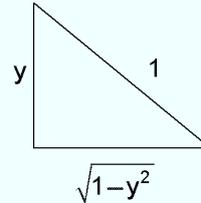
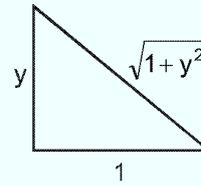
	P	Q	R	S
(A)	4	3	1	2
(B)	4	3	2	1
(C)	3	4	2	1
(D)	3	4	1	2

Sol. (P)- 4 ; (Q)-3 ; (R)- 2 or 4 ; (S) - 1

$$(P) \left( \frac{1}{y^2} \left( \frac{\cos(\tan^{-1} y) + y \sin(\tan^{-1} y)}{\cot(\sin^{-1} y) + \tan(\sin^{-1} y)} \right)^2 + y^4 \right)^{1/2}$$

$$= \left[ \frac{1}{y^2} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} + \frac{y \cdot y}{\sqrt{1+y^2}} \right)^2 \right] + y^4 \right]^{1/2}$$

$$= \left( \frac{1}{y^2} \cdot y^2 (1-y^4) + y^4 \right)^{1/2} = 1$$



Ans. 4

$$(Q) \cos x + \cos y = -\cos z$$

$$\sin x + \sin y = -\sin z$$

$$2 + 2 \cos(x - y) = 1$$

$$\Rightarrow \cos(x - y) = -1/2$$

$$\Rightarrow 2\cos^2\left(\frac{x-y}{2}\right) - 1 = -1/2, \Rightarrow \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) = 1/2$$

square and add वर्ग करके जोड़ने पर

Ans. 3

$$(R) \cos 2x \left( \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \right) + 2 \sin^2 x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x (\sqrt{2} \sin x) + 2 \sin^2 x = 2 \sin x \cos x$$

$$\sqrt{2} \sin x [\cos 2x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x] = 0$$

या तो Either  $\sin x = 0$  OR या  $\cos^2 x - \sin^2 x = \sqrt{2} (\cos x - \sin x)$

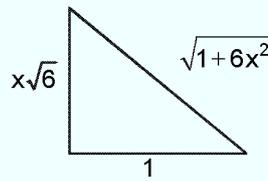
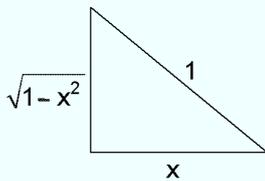
$$\boxed{\sec x = 1}$$

OR या  $\cos x = \sin x$

$$\Rightarrow \boxed{\sec x = \sqrt{2}}$$

Ans. 2 OR या 4

$$(S) \cot(\sin^{-1} \sqrt{1-x^2}) = \sin(\tan^{-1}(x \sqrt{6}))$$



$$\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{x\sqrt{6}}{\sqrt{1+6x^2}}$$

$$\Rightarrow 1 + 6x^2 = 6 - 6x^2$$

$$\Rightarrow 12x^2 = 5$$

$$x = \sqrt{\frac{5}{12}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{3}}$$

Ans. 1

58. A line  $L : y = mx + 3$  meets  $y$ -axis at  $E(0, 3)$  and the arc of the parabola  $y^2 = 16x, 0 \leq y \leq 6$  at the point  $F(x_0, y_0)$ . The tangent to the parabola at  $F(x_0, y_0)$  intersects the  $y$ -axis at  $G(0, y_1)$ . The slope  $m$  of the line  $L$  is chosen such that the area of the triangle  $EFG$  has a local maximum  
Match List I with List II and select the correct answer using the code given below the lists :

**List - I**

- P.  $m =$   
Q. Maximum area of  $\triangle EFG$  is  
R.  $y_0 =$   
S.  $y_1 =$

**List - II**

1.  $\frac{1}{2}$   
2. 4  
3. 2  
4. 1

एक रेखा  $L : y = mx + 3$ ,  $y$ -अक्ष के बिन्दु  $E(0, 3)$  तथा परवलय के चाप  $y^2 = 16x, 0 \leq y \leq 6$  के बिन्दु  $F(x_0, y_0)$  पर मिलती है। परवलय की बिन्दु  $F(x_0, y_0)$  पर स्पर्शी  $y$ -अक्ष को बिन्दु  $G(0, y_1)$  पर काटती है। रेखा  $L$  की प्रवणता  $m$  ऐसी चुनी जाती है कि त्रिभुज  $EFG$  के क्षेत्रफल का एक स्थानीय अधिकतम है।

सूची I सूची II से सुमेलित कीजिए तथा सूचियों के नीचे दिए गए कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिये :

**सूची - I**

- P.  $m =$   
Q.  $\triangle EFG$  का महत्तम क्षेत्रफल है  
R.  $y_0 =$   
S.  $y_1 =$

**सूची- II**

1.  $\frac{1}{2}$   
2. 4  
3. 2  
4. 1

**Codes :**

	P	Q	R	S
(A)	4	1	2	3
(B)	3	4	1	2
(C)	1	3	2	4
(D)	1	3	4	2

**Sol.**

tangent at F  $yt = x + 4t^2$   
a :  $x = 0$   $y = 4t$   $(0, 4t)$   
 $(4t^2, 8t)$  satisfies the line  
 $8t = 4mt^2 + 3$   
 $4mt^2 - 8t + 3 = 0$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 0 & 4t & 1 \\ 4t^2 & 8t & 1 \end{vmatrix}$$

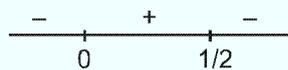
$$= \frac{1}{2} (4t^2 (3 - 4t))$$

$$= 2t^2 (3 - 4t)$$

$$A = 2[3t^2 - 4t^3]$$

$$\frac{dA}{dt} = 2[6t - 12t^2]$$

$$= 24t(1 - 2t)$$



$t = 1/2$  maxima

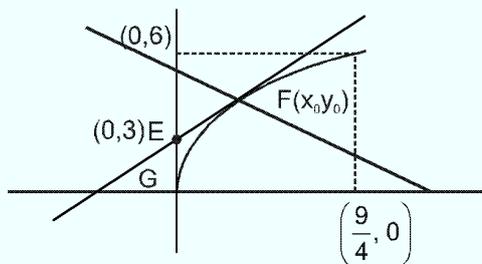
$$G(0, 4t) \Rightarrow G(0, 2)$$

$$y_1 = 2$$

$$(x_0, y_0) = (4t^2, 8t) = (1, 4)$$

$$y_0 = 4$$

$$\text{Area} = 2\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{3-2}{4}\right) = \frac{1}{2}$$



Hindi : F पर स्पर्श रेखा  $yt = x + 4t^2$

$a : x = 0 \quad y = 4t \quad (0, 4t)$

$(4t^2, 8t)$  रेखा को सन्तुष्ट करता है

$8t = 4mt^2 + 3$

$4mt^2 - 8t + 3 = 0$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 0 & 4t & 1 \\ 4t^2 & 8t & 1 \end{vmatrix}$$

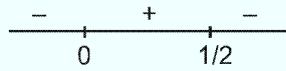
$= \frac{1}{2} (4t^2 (3 - 4t))$

$= 2t^2 (3 - 4t)$

$A = 2[3t^2 - 4t^3]$

$\frac{dA}{dt} = 2[6t - 12t^2]$

$= 24t(1 - 2t)$



$t = 1/2$  पर उच्चिष्ठ

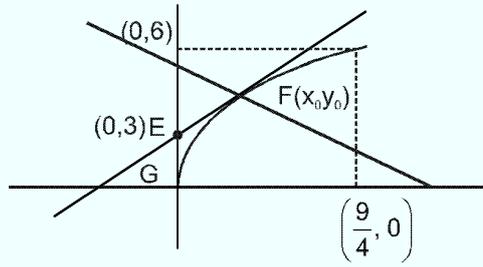
$G(0, 4t) \Rightarrow G(0, 2)$

$y_1 = 2$

$(x_0, y_0) = (4t^2, 8t) = (1, 4)$

$y_0 = 4$

$\text{क्षेत्रफल} = 2\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{3-2}{4}\right) = \frac{1}{2}$



59. Match List I with List II and select the correct answer using the code given below the lists :

<b>List - I</b>	<b>List - II</b>
<p>P. Volume of parallelepiped determined by vectors <math>\vec{a}, \vec{b}</math> and <math>\vec{c}</math> is 2. Then the volume of the parallelepiped determined by vectors <math>2(\vec{a} \times \vec{b}), 3(\vec{b} \times \vec{c})</math> and <math>(\vec{c} \times \vec{a})</math> is</p>	<p>1. 100</p>
<p>Q. Volume of parallelepiped determined by vectors <math>\vec{a}, \vec{b}</math> and <math>\vec{c}</math> is 5. Then the volume of the parallelepiped determined by vectors <math>3(\vec{a} + \vec{b}), (\vec{b} + \vec{c})</math> and <math>2(\vec{c} + \vec{a})</math> is</p>	<p>2. 30</p>
<p>R. Area of a triangle with adjacent sides determined by vectors <math>\vec{a}</math> and <math>\vec{b}</math> is 20. Then the area of the triangle with adjacent sides determined by vectors <math>(2\vec{a} + 3\vec{b})</math> and <math>(\vec{a} - \vec{b})</math> is</p>	<p>3. 24</p>
<p>S. Area of a parallelogram with adjacent sides determined by vectors <math>\vec{a}</math> and <math>\vec{b}</math> is 30. Then the area of the parallelogram with adjacent sides determined by vectors <math>(\vec{a} + \vec{b})</math> and <math>\vec{a}</math> is</p>	<p>4. 60</p>

सूची I को सूची II से सुमेलित कीजिए तथा सूचियों के नीचे दिए गए कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिये :

सूची- I	सूची - II
<p>P. सदिशों <math>\vec{a}, \vec{b}</math> तथा <math>\vec{c}</math> द्वारा निर्धारित समांतर षट्फलक का आयतन 2 है। तब सदिशों <math>2(\vec{a} \times \vec{b}), 3(\vec{b} \times \vec{c})</math> तथा <math>(\vec{c} \times \vec{a})</math> द्वारा निर्धारित समांतर षट्फलक का आयतन है</p>	<p>1. 100</p>
<p>Q. सदिशों <math>\vec{a}, \vec{b}</math> तथा <math>\vec{c}</math> द्वारा निर्धारित समांतर षट्फलक का आयतन 5 है। तब सदिशों <math>3(\vec{a} + \vec{b}), (\vec{b} + \vec{c})</math> तथा <math>2(\vec{c} + \vec{a})</math> द्वारा निर्धारित समांतर षट्फलक का आयतन है</p>	<p>2. 30</p>
<p>R. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल, जिसकी संलग्न भुजाएँ सदिशों <math>\vec{a}</math> तथा <math>\vec{b}</math> द्वारा निर्धारित है, 20 है। तब सदिशों <math>(2\vec{a} + 3\vec{b})</math> तथा <math>(\vec{a} - \vec{b})</math> द्वारा निर्धारित संलग्न भुजाओं वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल है</p>	<p>3. 24</p>
<p>S. एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल, जिसकी संलग्न भुजाएँ सदिशों <math>\vec{a}</math> तथा <math>\vec{b}</math> द्वारा निर्धारित हैं 30 है। तब सदिशों <math>(\vec{a} + \vec{b})</math> तथा <math>\vec{a}</math> द्वारा निर्धारित संलग्न भुजाओं वाले समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है</p>	<p>4. 60</p>

**Codes :**

	P	Q	R	S
(A)	4	2	3	1
(B)	2	3	1	4
(C)	3	4	1	2
(D)	1	4	3	2

**Sol.**

- (P)  $[\vec{a}\vec{b}\vec{c}] = 2$   
 $2(\vec{a} \times \vec{b}), 3(\vec{b} \times \vec{c}), (\vec{c} \times \vec{a})$   
 $6[\vec{a} \times \vec{b} \vec{b} \times \vec{c} \vec{c} \times \vec{a}] = 6[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2$   
 $= 6 \times 4 = 24$   
 P  $\rightarrow$  3
- (Q)  $[\vec{a}\vec{b}\vec{c}] = 5$   
 $[3(\vec{a} + \vec{b}) (\vec{b} + \vec{c}) 2(\vec{c} + \vec{a})]$   
 $= 6 \times 2[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]$   
 $= 12 \times 5 = 60$   
 Q  $\rightarrow$  4
- (R)  $\frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = 20$   
 $\Delta_1 = \frac{1}{2} |(2\vec{a} + 3\vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})|$   
 $= \frac{1}{2} |-2\vec{a} \times \vec{b} - 3(\vec{a} \times \vec{b})|$   
 $= \frac{5}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$   
 $= 5 \times 20 = 100$   
 R  $\rightarrow$  1
- (S)  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 30$   
 $|(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{a}| = |\vec{b} \times \vec{a}| = 30$   
 S  $\rightarrow$  2

60. Consider the lines  $L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}$ ,  $L_2 : \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+3}{2}$  and the planes  $P_1 : 7x + y + 2z = 3$ ,  $P_2 : 3x + 5y - 6z = 4$ . Let  $ax + by + cz = d$  the equation of the plane passing through the point of intersection of lines  $L_1$  and  $L_2$ , and perpendicular to planes  $P_1$  and  $P_2$ .

Match List - I with List- II and select the correct answer using the code given below the lists :

रेखाएं  $L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}$ ,  $L_2 : \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+3}{2}$  तथा समतल  $P_1 : 7x + y + 2z = 3$ ,

$P_2 : 3x + 5y - 6z = 4$  लीजिए। माना कि  $ax + by + cz = d$ , रेखाओं  $L_1$  व  $L_2$  के प्रतिच्छेद बिन्दु से गुजरने वाला तथा समतल  $P_1$  व  $P_2$  के लम्बवत्, समतल का समीकरण है।

सूची - I को सूची - II से सुमेलित कीजिए तथा सूचियों के नीचे दिए गए कोड का प्रयोग करके सही उत्तर चुनिये :

**List-I / सूची I**

P.  $a =$

Q.  $b =$

R.  $c =$

S.  $d =$

**List-II / सूची II**

1. 13

2. -3

3. 1

4. -2

**Codes :**

	P	Q	R	S
(A)	3	2	4	1
(B)	1	3	4	2
(C)	3	2	1	4
(D)	2	4	1	3

**Sol. (A)**

$$L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}$$

$$\text{Normal of plane P : } \vec{n} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 7 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-16) - \hat{j}(-42 - 6) + \hat{k}(32)$$

$$= -16\hat{i} + 48\hat{j} + 32\hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{n} = \hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$$

Point of intersection of  $L_1$  and  $L_2$

$$2k_1 + 1 = k_2 + 4$$

$$-k_1 = k_2 - 3$$

$$1 = 3k_2 - 2$$

$$k_2 = 1$$

Point of intersection (5, -2, -1)

$$\text{Plane } (x-5) - 3(y+2) - 2(z+1) = 0$$

$$x - 3y - 2z - 5 - 6 - 2 = 0$$

$$x - 3y - 2z = 13$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 3, c = -2, d = 13$$

Hindi. (A)

$$L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}$$

समतल P का अभिलम्ब :  $\vec{n} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 7 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$

$$= \hat{i}(-16) - \hat{j}(-42 - 6) + \hat{k}(32)$$

$$= -16\hat{i} + 48\hat{j} + 32\hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{n} = \hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$$

$L_1$  तथा  $L_2$  का प्रतिच्छेद बिन्दु

$$2k_1 + 1 = k_2 + 4$$

$$-k_1 = k_2 - 3$$

$$1 = 3k_2 - 2$$

$$k_2 = 1$$

प्रतिच्छेद बिन्दु (5, -2, -1)

समतल  $(x - 5) - 3(y + 7) - 2(z + 1) = 0$

$$x - 3y - 2z - 5 - 6 - 2 = 0$$

$$x - 3y - 2z = 13$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 3, c = -2, d = 13$$