Series HMJ **SET-4**

कोड नं.
Code No. **65(B)**

रोल नं.
Roll No. [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

	नोट		NOTE
(I)	कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **19** हैं ।	(I)	Please check that this question paper contains **19** printed pages.
(II)	प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।	(II)	Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III)	कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **36** प्रश्न हैं ।	(III)	Please check that this question paper contains **36** questions.
(IV)	कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।	(IV)	Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V)	इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।	(V)	15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

(केवल नेत्रहीन परीक्षार्थियों के लिए)

MATHEMATICS

(FOR BLIND CANDIDATES ONLY)

निर्धारित समय : 3 घण्टे — *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours — *Maximum Marks : 80*

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *यह प्रश्न-पत्र* ***चार*** *खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ । इस प्रश्न–पत्र में* ***36*** *प्रश्न हैं ।* ***सभी*** *प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(ii) ***खण्ड क*** *में प्रश्न संख्या* ***1*** *से* ***20*** *तक* ***20*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***1*** *अंक का है ।*

(iii) ***खण्ड ख*** *में प्रश्न संख्या* ***21*** *से* ***26*** *तक* ***6*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***2*** *अंकों का है ।*

(iv) ***खण्ड ग*** *में प्रश्न संख्या* ***27*** *से* ***32*** *तक* ***6*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***4*** *अंकों का है ।*

(v) ***खण्ड घ*** *में प्रश्न संख्या* ***33*** *से* ***36*** *तक* ***4*** *प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न* ***6*** *अंकों का है ।*

(vi) *प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।*

(vii) *इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।*

(viii) *केलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति* ***नहीं*** *है ।*

खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. ऐसे सभी कोटि 2×2 के संभावित आव्यूहों की कुल संख्या, जिनका प्रत्येक अवयव 2 या 3 है, है

(A) 4

(B) 8

(C) 16

(D) 32

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. **All** questions are compulsory.*

(ii) ***Section A** – Question numbers **1** to **20** comprises of **20** questions of **1** mark each.*

(iii) ***Section B** – Question numbers **21** to **26** comprises of **6** questions of **2** marks each.*

(iv) ***Section C** – Question numbers **27** to **32** comprises of **6** questions of **4** marks each.*

(v) ***Section D** – Question numbers **33** to **36** comprises of **4** questions of **6** marks each.*

(vi) *There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.*

(vii) *In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.*

(viii) *Use of calculators is **not** permitted.*

SECTION A

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. Total number of possible matrices of order 2×2 with each entry 2 or 3 is

(A) 4

(B) 8

(C) 16

(D) 32

2. शीर्षों (– 2, 0), (2, 0) तथा (0, k) वाले एक त्रिभुज का क्षेत्रफल 4 वर्ग इकाई है । k का मान है

(A) 4

(B) 2

(C) – 4

(D) 6

3. व्यंजक $2 \operatorname{cosec}^{-1} 2 + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान है

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $-\frac{\pi}{3}$

(C) $-\frac{2\pi}{3}$

(D) $\frac{2\pi}{3}$

4. $\int \frac{dx}{16 + 9x^2}$ बराबर है

(A) $\frac{1}{4} \tan^{-1} \frac{3x}{4} + c$

(B) $\frac{1}{12} \tan^{-1} \frac{3x}{4} + c$

(C) $\frac{1}{3} \tan^{-1} \frac{3x}{4} + c$

(D) $\frac{1}{12} \tan^{-1} \frac{9x}{16} + c$

2. The area of a triangle with vertices (– 2, 0), (2, 0) and (0, k) is 4 sq. units. The value of k is

(A) 4

(B) 2

(C) – 4

(D) 6

3. The value of the expression $2\ \text{cosec}^{-1} 2 + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ is

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $-\frac{\pi}{3}$

(C) $-\frac{2\pi}{3}$

(D) $\frac{2\pi}{3}$

4. $\int \frac{dx}{16 + 9x^2}$ is equal to

(A) $\frac{1}{4} \tan^{-1} \frac{3x}{4} + c$

(B) $\frac{1}{12} \tan^{-1} \frac{3x}{4} + c$

(C) $\frac{1}{3} \tan^{-1} \frac{3x}{4} + c$

(D) $\frac{1}{12} \tan^{-1} \frac{9x}{16} + c$

5. एक त्रिभुज जिसकी दो भुजाएँ सदिशों $\hat{i} + \hat{k}$ तथा $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं, का क्षेत्रफल है

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(B) $\sqrt{3}$

(C) 3

(D) $\frac{3}{2}$

6. यदि एक रेखा के दिक्कोज्या a, a, a हैं, तो

(A) $a > 0$

(B) $a = 1$ या $a = -1$

(C) $0 < a < 1$

(D) $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ या $a = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

7. समतल $3x - 2y + 6z + 11 = 0$, x-अक्ष के साथ $\sin^{-1}(\alpha)$ का कोण बनाता है। α का मान है

(A) $-\frac{3}{7}$

(B) $\frac{3}{7}$

(C) $\frac{2}{7}$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. The area of the triangle whose two sides are represented by the vectors $\hat{i} + \hat{k}$ and $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ is

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(B) $\sqrt{3}$

(C) 3

(D) $\frac{3}{2}$

6. If the direction cosines of a line are a, a, a, then

(A) $a > 0$

(B) $a = 1$ or $a = -1$

(C) $0 < a < 1$

(D) $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ or $a = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

7. The plane $3x - 2y + 6z + 11 = 0$, makes an angle $\sin^{-1}(\alpha)$ with x-axis. The value of α is

(A) $-\frac{3}{7}$

(B) $\frac{3}{7}$

(C) $\frac{2}{7}$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. माना $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 3$ द्वारा परिभाषित है । तो $f^{-1}(x)$ है

(A) $\frac{x+3}{5}$

(B) $\frac{x}{3} - 5$

(C) $\frac{x}{5} + 3$

(D) $\frac{x}{5} - 3$

9. यदि A तथा B दो ऐसी घटनाएँ हैं कि $P(A) = 0{\cdot}2$, $P(B) = 0{\cdot}4$ तथा $P(A \cap B) = 0{\cdot}08$ हैं, तो $P(A|B)$ बराबर है

(A) $0{\cdot}02$

(B) $0{\cdot}2$

(C) $0{\cdot}4$

(D) $0{\cdot}08$

10. एक थैले में 4 लाल तथा 3 काली गेंदें हैं । यदि थैले में से बिना प्रतिस्थापना के 2 गेंदें यादृच्छया निकाली गई हैं, तो ठीक एक लाल गेंद के प्राप्त होने की प्रायिकता है

(A) $\frac{1}{7}$

(B) $\frac{2}{7}$

(C) $\frac{4}{7}$

(D) $\frac{3}{14}$

8. Let $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be defined by $f(x) = 5x - 3$. Then, $f^{-1}(x)$ is given by

(A) $\frac{x+3}{5}$

(B) $\frac{x}{3} - 5$

(C) $\frac{x}{5} + 3$

(D) $\frac{x}{5} - 3$

9. If A and B be two events such that $P(A) = 0{\cdot}2$, $P(B) = 0{\cdot}4$ and $P(A \cap B) = 0{\cdot}08$, then $P(A|B)$ is

(A) 0·02

(B) 0·2

(C) 0·4

(D) 0·08

10. A bag contains 4 red and 3 black balls. If 2 balls are drawn from the bag at random without replacement, then the probability of getting exactly one red ball is

(A) $\frac{1}{7}$

(B) $\frac{2}{7}$

(C) $\frac{4}{7}$

(D) $\frac{3}{14}$

प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के सभी प्रश्नों के खाली स्थान भरिए ।

11. आव्यूह A तथा B एक-दूसरे के व्युत्क्रम होंगे केवल यदि __________ ।

12. फलन $f(x) = |x - 3|, x \in \mathbb{R}, x =$ __________ पर अवकलनीय नहीं है ।

13. फलन $f(x) = \log_e (\sin x), \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ पर निरंतर __________ है ।

अथवा

अवकलजों के प्रयोग से $\sqrt{26}$ का सन्निकट मान, दशमलव के दो स्थानों तक है __________ ।

14. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या में, उस रैखिक फलन, जिसका अधिकतम या न्यूनतम मान ज्ञात करना होता है, को रैखिक __________ फलन कहते हैं ।

15. सदिश $\vec{a} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ की दिशा में परिमाण 14 वाला सदिश है __________ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

16. सारणिक $\begin{vmatrix} bc & 1 & a(b+c) \\ ca & 1 & b(c+a) \\ ab & 1 & c(a+b) \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

17. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} (x^3 + x \cos x + \tan^5 x)\, dx$$

Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. Matrices A and B will be inverse of each other only if __________ .

12. The function $f(x) = |x - 3|, x \in \mathbb{R}$ is not differentiable at $x =$ __________ .

13. The function $f(x) = \log_e (\sin x)$ is strictly __________ on $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

OR

The approximate value of $\sqrt{26}$, using differentials, up to 2 places of decimal is __________ .

14. In an LPP, the linear function which has to be maximised or minimised is called a linear __________ function.

15. A vector of magnitude 14 in the direction of the vector $\vec{a} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ is __________ .

Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.

16. Find the value of the determinant $\begin{vmatrix} bc & 1 & a(b+c) \\ ca & 1 & b(c+a) \\ ab & 1 & c(a+b) \end{vmatrix}$.

17. Evaluate :

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} (x^3 + x \cos x + \tan^5 x)\, dx$$

18. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{6 \cos x - 9 \sin x}{6 \cos x + 4 \sin x} \, dx$$

अथवा

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{(x-5) e^x}{(x-3)^3} \, dx$$

19. ज्ञात कीजिए :

$$\int \tan^2 (3x + 5) \, dx$$

20. वक्रों के कुल $y = a \cos (x + b)$, जिसमें a, b स्वेच्छ अचर हैं, को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए ।

अथवा

अवकल समीकरण $y \, dx - (x + 2y^2) \, dy = 0$ के हल करने के लिए समाकलन गुणक ज्ञात कीजिए ।

खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।

21. दर्शाइए कि सभी वास्तविक धन संख्याओं के समुच्चय में $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R, न तो सममित है और न ही संक्रामक है ।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि :

$$\cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{56}{65}\right)$$

22. यदि $(x^2 + y^2)^2 = xy$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

18. Find :

$$\int \frac{6 \cos x - 9 \sin x}{6 \cos x + 4 \sin x} \, dx$$

OR

Find :

$$\int \frac{(x-5) e^x}{(x-3)^3} \, dx$$

19. Find :

$$\int \tan^2 (3x + 5) \, dx$$

20. Form the differential equation representing the family of curves $y = a \cos (x + b)$, where a, b are arbitrary constants.

OR

Find the integrating factor for the solution of the differential equation $y \, dx - (x + 2y^2) \, dy = 0$.

SECTION B

Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.

21. Show that the relation R in the set of all positive real numbers defined by $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ is neither symmetric nor transitive.

OR

Prove that :

$$\cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{56}{65}\right)$$

22. If $(x^2 + y^2)^2 = xy$, then find $\frac{dy}{dx}$.

23. एक लंब-वृत्तीय बेलन की त्रिज्या 2 cm/s की दर से बढ़ रही है जबकि इसकी ऊँचाई 8 cm/s की दर से घट रही है । उस समय जब इसकी त्रिज्या 3 cm तथा ऊँचाई 6 cm है, इसके आयतन के बदलने की दर ज्ञात कीजिए ।

24. दर्शाइए कि बिंदु जिनके स्थिति सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ हैं, एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं ।

अथवा

सदिशों के प्रयोग से त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष A(1, 1, 1), B(1, 2, 3) तथा C(2, 3, 1) हैं ।

25. रेखाओं $\vec{r} = (2\hat{j} - 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ तथा $\vec{r} = (2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k})$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

26. दो पासों को एक बार उछाला गया । दिया गया है कि पासों पर आने वाली दोनों संख्याएँ भिन्न हैं, तो घटना 'पासों पर आई संख्याओं का योगफल 6 है,' की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।

27. $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$ द्वारा प्रदत्त फलन $f : \mathbb{R}_+ \to [-5, \infty)$ पर विचार कीजिए । दर्शाइए कि f व्युत्क्रमणीय फलन है तथा $f^{-1}(y) = \dfrac{\sqrt{y+6} - 1}{3}$ है, जहाँ $\mathbb{R}_+$ सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है ।

28. यदि $y = (\cos x)^x$ है, तो $\dfrac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

यदि $x = a \cos \theta$ तथा $y = b \sin \theta$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\dfrac{d^2y}{dx^2} = -\dfrac{b^4}{a^2y^3}$.

23. The radius of a right circular cylinder is increasing at the rate of 2 cm/s and its height is decreasing at the rate of 8 cm/s. Find the rate of change of its volume, when the radius is 3 cm and height is 6 cm.

24. Show that the points with position vectors $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ are the vertices of a right angled triangle.

OR

Using vectors, find the area of triangle ABC with vertices A(1, 1, 1), B(1, 2, 3) and C(2, 3, 1).

25. Find the angle between the lines

$\vec{r} = (2\hat{j} - 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ and

$\vec{r} = (2\hat{i} + 6\hat{j} + 3\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k})$.

26. Two dice are thrown once. Given that two numbers appearing on the dice are different, find the probability of the event 'the sum of numbers on the dice is 6'.

SECTION C

Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.

27. Consider $f : \mathbb{R}_+ \to [-5, \infty)$ given by $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$. Show that f is invertible with $f^{-1}(y) = \frac{\sqrt{y+6} - 1}{3}$, where $\mathbb{R}_+$ is the set of all non-negative real numbers.

28. If $y = (\cos x)^x$, find $\frac{dy}{dx}$.

OR

If $x = a \cos \theta$ and $y = b \sin \theta$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b^4}{a^2y^3}$.

29. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{1}^{2} \frac{x\,dx}{(x+1)(x+2)}$$

30. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x, (x \neq 0)$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि $y = 0$ जब $x = \frac{\pi}{2}$.

31. एक फर्नीचर फर्म कुर्सियाँ तथा मेज़ बनाती है, जिसमें प्रत्येक के लिए तीन मशीनों A, B तथा C का प्रयोग होता है । एक कुर्सी बनाने के लिए मशीन A पर 2 घंटे, मशीन B पर 1 घंटा तथा मशीन C पर 1 घंटा लगता है । एक मेज़ बनाने के लिए मशीन A तथा मशीन B प्रत्येक पर 1 घंटा तथा मशीन C पर 3 घंटे लगते हैं । एक कुर्सी के बेचने पर ₹ 300 तथा एक मेज़ के बेचने पर ₹ 600 का लाभ होता है । एक सप्ताह में मशीन A, 70 घंटों, मशीन B, 40 घंटों तथा मशीन C, 90 घंटों के लिए उपलब्ध है । एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाइए यह जानने के लिए कि प्रति सप्ताह फर्म कितनी कुर्सियाँ व कितनी मेज़ें तैयार करे जिससे फर्म को अधिकतम लाभ हो ।

32. एक थैले में 2 सफेद, 3 लाल तथा 4 नीले रंग की गेंदें हैं । थैले में से एक-एक करके बिना प्रतिस्थापना के 2 गेंदें निकाली जाती हैं । लाल गेंदों के आने की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । लाल गेंदों की संख्या का माध्य भी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

52 पत्तों की ताश की गड्डी में से एक पत्ता खो जाता है । शेष पत्तों में से दो पत्ते (एक-एक करके बिना प्रतिस्थापना के) निकाले जाते हैं, जो दोनों ईंट के पाए जाते हैं । खोए हुए पत्ते के ईंट के पत्ते के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

29. Evaluate :

$$\int_{1}^{2} \frac{x\,dx}{(x+1)(x+2)}$$

30. Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 2x + x^2 \cot x$, $(x \neq 0)$, given that $y = 0$ when $x = \frac{\pi}{2}$.

31. A furniture firm manufactures chairs and tables, each requiring the use of three machines A, B and C. Production of one chair requires 2 hours on machine A, 1 hour on machine B and 1 hour on machine C. Each table requires 1 hour each on machines A and B and 3 hours on machine C. The profit obtained by selling one chair is ₹ 300; while by selling one table, the profit is ₹ 600. The total time available per week on machine A is 70 hours, on machine B is 40 hours and on machine C is 90 hours. Formulate an LPP to determine the number of chairs and tables the firm should make per week in order to get maximum profit.

32. A bag contains 2 white, 3 red and 4 blue balls. Two balls are drawn one-by-one without replacement from the bag. Find the probability distribution of the number of red balls. Also, find the mean of the number of red balls.

OR

A card from a pack of 52 playing cards is lost. From the remaining cards of the pack, two cards are drawn (one-by-one without replacement) and both are found to be diamonds. Find the probability of the lost card being a diamond card.

खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।

33. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो दर्शाइए कि $A^3 - 6A^2 + 9A - 4I = O$

और अत: A^{-1} ज्ञात कीजिए ।

अथवा

सारणिकों के गुणधर्मों के प्रयोग से सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} 3a & -a+b & -a+c \\ -b+a & 3b & -b+c \\ -c+a & -c+b & 3c \end{vmatrix} = 3(a+b+c)(ab+bc+ca)$$

34. $f(x) = 12x^{4/3} - 6x^{1/3}, x \in [-1, 1]$ द्वारा प्रदत्त एक फलन f के निरपेक्ष उच्चतम और निरपेक्ष निम्नतम मान ज्ञात कीजिए ।

35. समाकलन के प्रयोग से रेखाओं $2x + y = 4$, $3x - 2y = 6$ तथा $x - 3y + 5 = 0$ द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

36. सिद्ध कीजिए कि बिंदुओं A(0, –1, –1) तथा B(4, 5, 1) से होकर जाने वाली रेखा, बिंदुओं C(3, 9, 4) तथा D(– 4, 4, 4) से होकर जाने वाली रेखा को प्रतिच्छेद करती है ।

अथवा

बिंदु P(4, 3, 2) से समतल $x + 2y + 3z = 2$ पर डाले गए लंब के पाद के निर्देशांक तथा लंब की लंबाई ज्ञात कीजिए । बिंदु P का दिए गए समतल में प्रतिबिंब भी ज्ञात कीजिए ।

SECTION D

Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.

33. If $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, show that $A^3 - 6A^2 + 9A - 4I = O$ and hence find A^{-1}.

OR

Using the properties of determinants, prove that

$$\begin{vmatrix} 3a & -a+b & -a+c \\ -b+a & 3b & -b+c \\ -c+a & -c+b & 3c \end{vmatrix} = 3(a+b+c)(ab+bc+ca)$$

34. Find the absolute maximum and absolute minimum values of a function f given by $f(x) = 12x^{4/3} - 6x^{1/3}$, $x \in [-1, 1]$.

35. Using integration, find the area of the region bounded by the lines $2x + y = 4$, $3x - 2y = 6$ and $x - 3y + 5 = 0$.

36. Prove that the line through A(0, –1, –1) and B(4, 5, 1) intersects the line through C(3, 9, 4) and D(– 4, 4, 4).

OR

Find the coordinates of the foot of perpendicular and the perpendicular distance from the point P(4, 3, 2) to the plane $x + 2y + 3z = 2$. Also, find the image of P in the plane.