SET-4

Series BVM

कोड नं.
Code No. **65(B)**

रोल नं.
Roll No. | | | | | | | |

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **13** हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं ।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।
- Please check that this question paper contains **13** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **29** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question before attempting it.**
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

(केवल नेत्रहीन परीक्षार्थियों के लिए)

MATHEMATICS

(FOR BLIND CANDIDATES ONLY)

निर्धारित समय : 3 घण्टे — *अधिकतम अंक : 100*

Time allowed : 3 hours — *Maximum Marks : 100*

सामान्य निर्देश :

(i) ***सभी*** *प्रश्न अनिवार्य हैं ।*

(ii) *इस प्रश्न-पत्र में* ***29*** *प्रश्न हैं जो चार खण्डों में विभाजित हैं : अ, ब, स तथा द । खण्ड अ में* ***4*** *प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक* ***एक*** *अंक का है, खण्ड ब में* ***8*** *प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक* ***दो*** *अंक का है, खण्ड स में* ***11*** *प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक* ***चार*** *अंक का है तथा खण्ड द में* ***6*** *प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक* ***छः*** *अंक का है ।*

(iii) *खण्ड अ में सभी प्रश्नों के उत्तर* ***एक शब्द, एक वाक्य*** *अथवा प्रश्न की* ***आवश्यकतानुसार*** *दिए जा सकते हैं ।*

(iv) *पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं हैं । फिर भी खण्ड अ के* ***1*** *प्रश्न, खण्ड ब के* ***3*** *प्रश्नों में, खण्ड स के* ***3*** *प्रश्नों में तथा खण्ड द के* ***3*** *प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प है । ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको* ***केवल एक*** *ही विकल्प हल करना है ।*

(v) *कैल्कुलेटर के प्रयोग की अनुमति* ***नहीं*** *है । यदि आवश्यक हो, तो आप लघुगणकीय सारणियाँ माँग सकते हैं ।*

General Instructions :

(i) ***All*** *questions are compulsory.*

(ii) *The question paper consists of* ***29*** *questions divided into* ***four*** *Sections A, B, C and D. Section A comprises of* ***4*** *questions of* ***one*** *mark each, Section B comprises of* ***8*** *questions of* ***two*** *marks each, Section C comprises of* ***11*** *questions of* ***four*** *marks each and Section D comprises of* ***6*** *questions of* ***six*** *marks each.*

(iii) *All questions in Section A are to be answered in* ***one word, one sentence*** *or as per the exact* ***requirement*** *of the question.*

(iv) *There is no overall choice. However, internal choice has been provided in* ***1*** *question of Section A,* ***3*** *questions of Section B,* ***3*** *questions of Section C and* ***3*** *questions of Section D. You have to attempt* ***only one*** *of the alternatives in all such questions.*

(v) *Use of calculators is* ***not*** *permitted. You may ask for logarithmic tables, if required.*

खण्ड अ
SECTION A

प्रश्न संख्या 1 से 4 तक प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है ।
Question numbers 1 to 4 carry 1 mark each.

1. AB ज्ञात कीजिए, जबकि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Given $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, find AB.

2. x का एक मान लिखिए जिस पर फलन $f(x) = |x + 3| + |2x - 1|$ संतत है, परन्तु अवकलनीय नहीं है ।

अथवा

$\sqrt{x}$ के सापेक्ष e^x का अवकलज ज्ञात कीजिए ।

Write a value of x at which the function $f(x) = |x + 3| + |2x - 1|$ is continuous, but not differentiable.

OR

Find the derivative of e^x w.r.t. $\sqrt{x}$.

3. अवकल समीकरण

$$(e^x + e^{-x}) \frac{dy}{dx} = (e^x - e^{-x})$$

का हल ज्ञात कीजिए ।

Find the solution of the differential equation :

$$(e^x + e^{-x}) \frac{dy}{dx} = (e^x - e^{-x})$$

4. समीकरण

$$\frac{-x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-5}{2}$$

द्वारा प्रदत्त रेखा के दिक्-कोसाइन लिखिए ।

Write the direction cosines of the line given by the equations

$$\frac{-x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-5}{2}.$$

खण्ड ब
SECTION B

प्रश्न संख्या 5 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं ।
Question numbers 5 to 12 carry 2 marks each.

5. उदाहरणों द्वारा दर्शाइए कि $\mathbb{R}$ में $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R न तो स्वतुल्य है और न ही संक्रामक है ।

अथवा

दर्शाइए कि सभी परिमेय संख्याओं के समुच्चय Q पर $a * b = \frac{a+b}{2}$ द्वारा परिभाषित संक्रिया $*$ (i) एक द्विआधारी संक्रिया है (ii) क्रमविनिमेय है ।

Show by examples that the relation R in $\mathbb{R}$, defined by $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ is neither reflexive nor transitive.

OR

Show that the operation $*$ on Q, the set of all rational numbers, defined as $a * b = \frac{a+b}{2}$ is (i) a binary operation, (ii) commutative.

6. प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग से, आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए ।

Using elementary operations, find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$

7. ज्ञात कीजिए :

$$\int \left(\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} \right) dx$$

अथवा

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1 + \cos 2x} \; dx$$

Find :

$$\int \left(\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} \right) dx$$

OR

Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1 + \cos 2x} \; dx$$

8. ज्ञात कीजिए :

$$\int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} \right) e^{2x} \, dx$$

Find :

$$\int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} \right) e^{2x} \, dx$$

9. अवकल समीकरण $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 2x + 3y$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

Find the general solution of the differential equation $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 2x + 3y$.

10. $(\vec{b} + \vec{c})$ का $\vec{a}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए, जहाँ $\vec{a} = (2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$, $\vec{b} = (2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$ तथा $\vec{c} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ हैं ।

Find the projection of $(\vec{b} + \vec{c})$ on $\vec{a}$, where $\vec{a} = (2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$, $\vec{b} = (2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$ and $\vec{c} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$.

11. एक प्रयोग के सफल होने का संयोग उसके असफल होने से तीन गुना है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि अगले पाँच परीक्षणों में कम-से-कम 4 सफलताएँ मिलें ।

An experiment succeeds three times as often as it fails. Find the probability that in the next five trials, there will be at least 4 successes.

12. यदि A तथा B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो दर्शाइए कि A तथा B में से कम-से-कम एक के होने की प्रायिकता $1 - P(A')\,P(B')$ है ।

अथवा

दिया गया है कि दो पासों को उछालने पर प्राप्त दो संख्याएँ भिन्न हैं, तो घटना 'पासों पर आई संख्याओं का योगफल 10 है' की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

If A and B are two independent events, then the probability of occurrence of at least one of A and B is given by $1 - P(A')\,P(B')$.

OR

Given that the two numbers appearing on throwing two dice are different, find the probability of the event 'the sum of numbers on the dice is 10'.

खण्ड स
SECTION C

प्रश्न संख्या 13 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं ।
Question numbers 13 to 23 carry 4 marks each.

13. दर्शाइए कि $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x}{(x+2)}$ द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी है । फलन $f : [-1, 1] \to$ (f का परिसर) का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए ।

Show that $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$, given by $f(x) = \dfrac{x}{(x+2)}$ is one-one. Find the inverse of the function $f : [-1, 1] \to$ Range of f.

14. x के लिए हल कीजिए :

$$\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि :

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x+\sqrt{1-x}}}\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1} x, \; -\frac{1}{\sqrt{2}} \le x \le 1$$

Solve for x :

$$\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

OR

Prove that :

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x+\sqrt{1-x}}}\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1} x, \; -\frac{1}{\sqrt{2}} \le x \le 1$$

15. सारणिकों के गुणधर्मों के प्रयोग से सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+ax^3 \\ y & y^2 & 1+ay^3 \\ z & z^2 & 1+az^3 \end{vmatrix} = (1 + axyz)(x - y)(y - z)(z - x).$$

Using properties of determinants, prove that

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+ax^3 \\ y & y^2 & 1+ay^3 \\ z & z^2 & 1+az^3 \end{vmatrix} = (1 + axyz)(x - y)(y - z)(z - x).$$

16. यदि $y = \sin^{-1}\left\{\frac{5x + 12\sqrt{1-x^2}}{13}\right\}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

यदि $y \cdot \sqrt{x^2+1} = \log\left(\sqrt{x^2+1} - x\right)$ है, तो दर्शाइए कि $(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} + xy + 1 = 0.$

If $y = \sin^{-1}\left\{\frac{5x + 12\sqrt{1-x^2}}{13}\right\}$, find $\frac{dy}{dx}$.

OR

If $y \cdot \sqrt{x^2+1} = \log\left(\sqrt{x^2+1} - x\right)$, show that $(x^2 + 1)\frac{dy}{dx} + xy + 1 = 0.$

17. यदि $y = e^x (\sin x + \cos x)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 2y = 0$

If $y = e^x (\sin x + \cos x)$, prove that $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 2y = 0$

18. वह अंतराल ज्ञात कीजिए जिस पर फलन

$$f(x) = -2x^3 - 9x^2 - 12x + 1$$

(i) निरंतर वर्धमान है ।

(ii) निरंतर ह्रासमान है ।

Find the intervals on which the function

$$f(x) = -2x^3 - 9x^2 - 12x + 1 \text{ is}$$

(i) strictly increasing.

(ii) strictly decreasing.

19. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2x+1}{\sqrt{4-3x-x^2}}\, dx$$

Find :

$$\int \frac{2x+1}{\sqrt{4-3x-x^2}}\, dx$$

20. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{17}{(2x+1)(x^2+4)}\, dx$$

अथवा

ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{(1+\cos^2 x)}\, dx$$

Find :

$$\int \frac{17}{(2x+1)(x^2+4)} dx$$

OR

Find :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{(1+\cos^2 x)} dx$$

21. निम्नलिखित अवकल समीकरण का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए :

$\left[x \sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y\right] dx + x\, dy = 0$, दिया गया है कि जब $x = 1$ है, तो $y = \frac{\pi}{4}$ है ।

Find the particular solution of the differential equation

$\left[x \sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y\right] dx + x\, dy = 0$, given that $y = \frac{\pi}{4}$, when $x = 1$.

22. दर्शाइए कि बिंदु A, B तथा C जिनके स्थिति सदिश क्रमश: $(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$, $(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$ तथा $(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$ हैं, एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं । त्रिभुज के बाकी दो कोण भी ज्ञात कीजिए ।

Show that the points A, B and C having position vectors $(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$, $(\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k})$ and $(3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k})$ respectively are the vertices of a right-triangle. Also, find the remaining angles of the triangle.

23. दर्शाइए कि रेखाएँ $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ तथा $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5}$ प्रतिच्छेदी हैं । इनका प्रतिच्छेदन बिंदु भी ज्ञात कीजिए ।

Show that the lines $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ and $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5}$ intersect. Also, find their point of intersection.

खण्ड द
SECTION D

प्रश्न संख्या 24 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न के 6 अंक हैं ।
Question numbers 24 to 29 carry 6 marks each.

24. आव्यूह विधि के प्रयोग से निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x - y + 2z = 7; \quad 3x + 4y - 5z = -5; \quad 2x - y + 3z = 12.$$

Using Matrix method, solve the following system of linear equations :

$$x - y + 2z = 7; \quad 3x + 4y - 5z = -5; \quad 2x - y + 3z = 12.$$

25. एक वर्ग तथा एक वृत्त के परिमापों का योगफल दिया हुआ है । दर्शाइए कि उनके क्षेत्रफलों का योगफल न्यूनतम होगा जब वर्ग की भुजा वृत्त के व्यास के समान हो ।

अथवा

वक्र $9y^2 = x^3$ पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए, जहाँ वक्र का अभिलंब अक्षों पर समान अंत:खण्ड बनाता है ।

The sum of the perimeters of a square and a circle is given. Show that the sum of their areas is least when the side of the square is equal to the diameter of the circle.

OR

Find the point(s) on the curve $9y^2 = x^3$, where the normal to the curve makes equal intercepts on the axes.

26. समाकलन के प्रयोग से, दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

योगफल की सीमा विधि द्वारा, $\int_1^3 (x^2 + x + e^x)\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Using integration, find the area of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

OR

Evaluate $\int_1^3 (x^2 + x + e^x)\, dx$ as the limit of a sum.

27. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ बिंदुओं (3, – 4, – 5) और (2, – 3, 1) को मिलाने वाली रेखा, बिंदुओं (2, 2, 1), (3, 0, 1) तथा (4, – 1, 0) से होकर जाने वाले समतल को काटती है ।

अथवा

समतलों x + y + z = 1 तथा 2x + 3y + 4z = 5 के प्रतिच्छेदन से गुज़रने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जो समतल x – y + z = 0 पर लंबवत् है । इस प्रकार प्राप्त समतल की मूल-बिंदु से दूरी भी ज्ञात कीजिए ।

Find the coordinates of the point where the line joining the points (3, – 4, – 5) and (2, – 3, 1) crosses the plane passing through the points (2, 2, 1), (3, 0, 1) and (4, – 1, 0).

OR

Find the equation of the plane through the intersection of the planes x + y + z = 1 and 2x + 3y + 4z = 5, which is perpendicular to the plane x – y + z = 0. Also, find the distance of the plane so obtained from the origin.

28. थैलों के दो वर्ग हैं । पहले वर्ग में तीन थैले ऐसे हैं कि प्रत्येक में 5 लाल तथा 3 काली गेंदें हैं तथा दूसरे वर्ग में दो थैले ऐसे हैं कि प्रत्येक में 2 लाल तथा 4 काली गेंदें हैं । यादृच्छया किसी एक थैले में से एक गेंद निकाली गई और वह लाल पाई गई । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह गेंद पहले वर्ग के थैले से है ।

There are two groups of bags. The first group has 3 bags, each containing 5 red and 3 black balls. The second group has 2 bags, each containing 2 red and 4 black balls. A ball is drawn at random from one of the bags and is found to be red. Find the probability that this ball is from a bag of first group.

29. एक कंपनी जो कि मृदु पेय बनाती है का प्रत्येक बोतल में कम-से-कम 80 इकाई रसायन A तथा 60 इकाई रसायन B देने का अनुबंध है । यह रसायन दो अलग-अलग विक्रेताओं से मिश्रण के रूप में उपलब्ध हैं । एक विक्रेता के पास मिश्रण X है तथा इस मिश्रण की एक इकाई में 4 इकाई A तथा 2 इकाई B हैं तथा इसका मूल्य ₹ 10 है जबकि दूसरे विक्रेता के पास Y मिश्रण है जिसकी एक इकाई में 1 इकाई A तथा 1 इकाई B हैं और इसका मूल्य ₹ 4 है । इस प्रकार की रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) सूत्रित कीजिए, जिससे कंपनी जान सके कि कितनी इकाई X तथा कितनी इकाई Y को मिलाने से अनुबंध की शर्तें पूरी होती हैं तथा प्रति बोतल मूल्य कम-से-कम पड़ता है ।

A company producing soft drinks has a contract which requires a minimum of 80 units of chemical A and 60 units of chemical B to go in each bottle of the drink. The chemicals are available in a prepared mix from two different suppliers. One supplier has mixture X whose one unit has a mix of 4 units of A and 2 units of B that costs ₹ 10, and the other supplier has mixture Y whose one unit has a mix of 1 unit of A and 1 unit of B that costs ₹ 4. Formulate an LPP, by which the company can find how many units of X and Y need to be mixed to meet the requirements and yet minimize the cost per bottle.