

Sl.No. :

नामांक			Roll No.			

No. of Questions – 22

SS–15–Mathematics

No. of Printed Pages – 15

उच्च माध्यमिक परीक्षा, 2024

SENIOR SECONDARY EXAMINATION, 2024

गणित

MATHEMATICS

समय : 3 घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक : 80

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

- 1) परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें।

Candidate must write first his/her Roll No. on the question paper compulsorily.

- 2) सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।

All the questions are compulsory.

- 3) प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें।

Write the answer to each question in the given answer-book only.

- 4) जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।

For questions having more than one part, the answers to those parts are to be written together in continuity.

- 5) प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि / अन्तर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

- 6) प्रश्न का उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

Write down the serial number of the question before attempting it.

- 7) प्रश्न संख्या 16 से 22 में आन्तरिक विकल्प दिये गए हैं।

Q. Nos. 16 to 22 having internal choices.

- 8) प्रश्न संख्या 22 ग्राफ पेपर पर हल करना है।

Solve Question number 22 on graph paper.

iii) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ हैं, तो $(2A-B)$ होगा : [1]

अ) $\begin{bmatrix} 1 & -5 & 2 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ ब) $\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 1 & -5 & 3 \end{bmatrix}$

स) $\begin{bmatrix} -1 & 5 & 3 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ द) $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$

If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ then, $(2A-B)$ will be :

A) $\begin{bmatrix} 1 & -5 & 2 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 1 & -5 & 3 \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} -1 & 5 & 3 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$

iv) यदि $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$ हो, तो x का मान है : [1]

अ) 2 ब) 0

स) 1 द) -1

If $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$; then the value of x is :

A) 2 B) 0

C) 1 D) -1

v) यदि $2x + 8y = \sin x$, तो $\frac{dy}{dx}$ है :

[1]

अ) $\frac{\sin x - 2}{8}$

ब) $\frac{\cos x - 2}{8}$

स) $\frac{\cos x + 2}{2}$

द) $\frac{\cos x + 2}{3}$

If $2x + 8y = \sin x$, then $\frac{dy}{dx}$ is :

A) $\frac{\sin x - 2}{8}$

B) $\frac{\cos x - 2}{8}$

C) $\frac{\cos x + 2}{2}$

D) $\frac{\cos x + 2}{3}$

vi) निम्नलिखित में से किस अंतराल में $y = x^2e^{-x}$ वर्धमान है?

[1]

अ) (1, 0)

ब) (2, 0)

स) (2, $-\infty$)

द) (0, 2)

In which of the following intervals is $y = x^2e^{-x}$ increasing?

A) (1, 0)

B) (2, 0)

C) (2, $-\infty$)

D) (0, 2)

vii) $\int \frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} dx$ का मान है -

[1]

अ) $\sec x - x + c$

ब) $\sec x \tan x + c$

स) $\tan x + x^2 + c$

द) $\tan x - x + c$

The value of $\int \frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} dx$

A) $\sec x - x + c$

B) $\sec x \tan x + c$

C) $\tan x + x^2 + c$

D) $\tan x - x + c$

xi) यदि शून्येतर सदिश \vec{a} का परिमाण 'a' है और λ एक शून्येतर अदिश है तो $\lambda\vec{a}$ एक मात्रक सदिश है यदि : [1]

अ) $\lambda = 1$

ब) $\lambda = -1$

स) $a = |\lambda|$

द) $a = \frac{1}{|\lambda|}$

If \vec{a} is a nonzero vector of magnitude 'a' and λ a nonzero scalar, then $\lambda\vec{a}$ is unit vector if

A) $\lambda = 1$

B) $\lambda = -1$

C) $a = |\lambda|$

D) $a = \frac{1}{|\lambda|}$

xii) y - अक्ष के दिक्-कोसाइन है :

[1]

अ) 0, 0, 0

ब) 1, 0, 0

स) 0, 1, 0

द) 0, 0, 1

The direction cosine of y - axis is :

A) 0, 0, 0

B) 1, 0, 0

C) 0, 1, 0

D) 0, 0, 1

xiii) दो बिंदुओं $(-2, 4, -5)$ और $(1, 2, 3)$ को मिलाने वाली रेखा की दिक्-कोसाइन है :

[1]

अ) $\frac{3}{\sqrt{70}}, \frac{2}{\sqrt{70}}, \frac{8}{\sqrt{70}}$

ब) $\frac{3}{\sqrt{77}}, \frac{-2}{\sqrt{77}}, \frac{8}{\sqrt{77}}$

स) $\frac{2}{\sqrt{77}}, \frac{-3}{\sqrt{77}}, \frac{8}{\sqrt{77}}$

द) $\frac{8}{\sqrt{13}}, \frac{-2}{\sqrt{13}}, \frac{3}{\sqrt{13}}$

The direction cosines of the line passing through the two points $(-2, 4, -5)$ and $(1, 2, 3)$ is :

A) $\frac{3}{\sqrt{70}}, \frac{2}{\sqrt{70}}, \frac{8}{\sqrt{70}}$

B) $\frac{3}{\sqrt{77}}, \frac{-2}{\sqrt{77}}, \frac{8}{\sqrt{77}}$

C) $\frac{2}{\sqrt{77}}, \frac{-3}{\sqrt{77}}, \frac{8}{\sqrt{77}}$

D) $\frac{8}{\sqrt{13}}, \frac{-2}{\sqrt{13}}, \frac{3}{\sqrt{13}}$

iii) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ का मुख्य मान है। [1]

The principal value of $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ is _____.

iv) यदि $y = \cos \sqrt{x}$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा। [1]

If $y = \cos \sqrt{x}$, then the value of $\frac{dy}{dx}$ will be _____.

v) एक वृत्त की त्रिज्या $r = 3$ सेमी पर r के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है। [1]
The rate of change of the area of a circle with respect to its radius r at $r = 3$ cm is _____.

vi) तीन कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के विशिष्ट हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या होती है। [1]

The numbers of arbitrary constants present in the particular solution of a differential equation of third order are _____.

vii) एक सदिश जिसके प्रारंभिक एवं अंतिम बिन्दु संपाती होते हैं, कहलाता है। [1]
A vector whose initial and terminal points coincide, is called _____.

3) अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न :

Very short answer type questions :

i) सारणिक $\begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। [1]

Find the value of determinant $\begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$.

ii) सारणिकों का प्रयोग करके (1, 2) और (3, 6) को मिलाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। [1]
Find equation of line joining (1, 2) and (3, 6) using determinants.

- iii) एक वृत्त की त्रिज्या समान रूप से 3cm/s की दर से बढ़ रही है। ज्ञात कीजिए कि वृत्त का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जब त्रिज्या 10 सेमी है। [1]

The radius of a circle is increasing uniformly at the rate of 3 cm/s. Find the rate at which the area of the circle is increasing when the radius is 10 cm.

- iv) सिद्ध कीजिए कि लघुगणकीय फलन $(0, \infty)$ में वर्धमान फलन है। [1]

Prove that the logarithmic function is increasing on $(0, \infty)$.

- v) $\int (2x - 3\cos x + e^x) dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [1]

Evaluate $\int (2x - 3\cos x + e^x) dx$.

- vi) $\int \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [1]

Evaluate $\int \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$.

- vii) सत्यापित कीजिए कि फलन $y = e^x + 1$, अवकल समीकरण $y'' - y' = 0$ का हल है। [1]

Verify that the function $y = e^x + 1$ is a solution of the differential equation $y'' - y' = 0$.

- viii) दो बिन्दुओं P(2, 3, 4) और Q(4, 1, -2) को मिलाने वाले सदिश का मध्य बिन्दु ज्ञात कीजिए। [1]

Find the position vector of the mid point of the vector joining the points P(2, 3, 4) and Q(4, 1, -2).

- ix) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ का, सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। [1]

Find the projection of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ on the vector $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$.

- x) $(3\vec{a} - 5\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + 7\vec{b})$ का मान ज्ञात कीजिए। [1]

Evaluate the product $(3\vec{a} - 5\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + 7\vec{b})$.

खण्ड - ब
SECTION - B

लघुउत्तरीय प्रश्न :

Short answer type questions :

- 4) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R सममित है किन्तु न तो स्वतुल्य है और न संक्रामक हैं। [2]

Prove that the relation R in the set $\{1, 2, 3\}$ given by $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$ is symmetric but neither reflexive nor transitive.

- 5) सरल कीजिए, $\cos \theta \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} + \sin \theta \begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$. [2]

Simplify $\cos \theta \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} + \sin \theta \begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$.

- 6) दर्शाइए कि $\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$. [2]

Show that $\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$.

- 7) आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ का सहखंडज ज्ञात कीजिए। [2]

Find the adjoint of matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

- 8) यदि $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। [2]

If $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$, then find $\frac{dy}{dx}$.

- 9) $\log(\cos \cdot e^x)$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। [2]

Differentiate $\log(\cos \cdot e^x)$ with respect to x .

- 10) यदि $x = 4t, y = \frac{4}{t}$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। [2]

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x = 4t, y = \frac{4}{t}$.

- 11) सिद्ध कीजिए कि R में दिया गया फलन $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ वर्धमान है। [2]

Prove that the function given by $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ is increasing in R.

- 12) $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [2]

Evaluate $\int \sin^3 x \cos^3 x dx$.

- 13) वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [2]

Find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

- 14) एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी संलग्न भुजाएँ सदिश $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$ द्वारा निर्धारित है। [2]

Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are determined by the vectors $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$.

- 15) एक न्याय पांसे को उछाला गया है। घटनाओं $E = \{1, 3, 5\}$, $F = \{2, 3\}$ और $G = \{2, 3, 4, 5\}$ के लिये $P(E/F)$ और $P(F/E)$ ज्ञात कीजिए। [2]

A fair die has been tossed. Find $P(E/F)$ and $P(F/E)$ for the events $E = \{1, 3, 5\}$, $F = \{2, 3\}$ and $G = \{2, 3, 4, 5\}$.

खण्ड - स
SECTION - C

दीर्घउत्तरीय प्रश्न :

Long answer type questions :

16) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^6 + a^6}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [3]

Evaluate $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^6 + a^6}} dx$.

अथवा/OR

$\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [3]

Evaluate $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$.

17) अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ ($x \neq 0$) का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। [3]

Find the general solution of the differential equation $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ ($x \neq 0$).

अथवा/OR

अवकल समीकरण $(e^x + e^{-x}) dy - (e^x - e^{-x}) dx = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। [3]

Find the general solution of the differential equation $(e^x + e^{-x}) dy - (e^x - e^{-x}) dx = 0$.

18) दिए गए रेखा-युग्म $\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ और

$\vec{r} = (5\hat{i} - 2\hat{j}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए। [3]

Find the angle between the pair of lines given by $\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$

and $\vec{r} = (5\hat{i} - 2\hat{j}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$.

अथवा/OR

दर्शाइए कि बिन्दुओं $(1, -1, 2)$, $(3, 4, -2)$ से होकर जाने वाली रेखा बिन्दुओं $(0, 3, 2)$ और $(3, 5, 6)$ से जाने वाली रेखा पर लंब है। [3]

Show that the line through the point $(1, -1, 2)$, $(3, 4, -2)$ is perpendicular to the line through the point $(0, 3, 2)$ and $(3, 5, 6)$.

- 19) एक परिवार में दो बच्चे हैं। यदि यह ज्ञात हो कि बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़का है, तो दोनों बच्चों के लड़का होने की क्या प्रायिकता है? [3]

A family has two children. What is the probability that both the children are boys given that at least one of them is a boy?

अथवा/OR

एक पासे को एक बार उछाला जाता है। घटना 'पासे पर प्राप्त संख्या 3 का अपवर्त्य है' को E से और 'पासे पर प्राप्त संख्या सम है' को F से निरूपित किया जाए तो बताएँ क्या घटनाएँ E और F स्वतंत्र है? [3]

A die is thrown. If E is the event 'the number appearing is a multiple of 3' and F be the event 'the number appearing is even' then find whether E and F are independent?

खण्ड - द

SECTION - D

निबंधात्मक प्रश्न :

Essay type questions :

- 20) $\int \sqrt{(1-4x-x^2)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [4]

Evaluate $\int \sqrt{(1-4x-x^2)} dx$.

अथवा/OR

- $\int_{-1}^1 5x^4 \sqrt{x^5+1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [4]

Evaluate $\int_{-1}^1 5x^4 \sqrt{x^5+1} dx$.

- 21) रेखाओं l_1 और l_2 के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए जिनके सदिश समीकरण हैं : [4]

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$$

Find the shortest distance between the lines l_1 and l_2 whose vector equations are

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$$

अथवा/OR

बिन्दु, जिसकी स्थिति सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ से गुजरने व सदिश $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ की दिशा में जाने वाली रेखा का सदिश और कार्तीय रूपों में समीकरण ज्ञात कीजिए। [4]

Find the equation of the line in vector and in Cartesian form that passes through the point with position vector $2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ and is in the direction $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$.

- 22) निम्नलिखित व्यवरोधों के अंतर्गत $Z = 4x + y$ का आलेखीय विधि से अधिकतमीकरण कीजिए। [4]

$$x + y \leq 50, 3x + y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$$

Maximize $Z = 4x + y$ subject to constraints $x + y \leq 50, 3x + y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$ by using graphical method.

अथवा/OR

निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत $Z = 3x + 2y$ का आलेखीय विधि से अधिकतमीकरण कीजिए। [4]

$$x + 2y \leq 10, 3x + y \leq 15, x \geq 0, y \geq 0.$$

Maximize $Z = 3x + 2y$ subject to constraints $x + 2y \leq 10, 3x + y \leq 15, x \geq 0, y \geq 0$ by using graphical method.



DO NOT WRITE ANYTHING HERE