मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 16

अनुक्रमांक ....

नाम ....

131 **324(YZ)**

2020

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।

ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टत: लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) मान लीजिए कि $f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R \rightarrow R$ है। सही उत्तर का चयन कीजिए :

i) f एकैकी आच्छादक है

ii) f बहुपद आच्छादक है

iii) f एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है

iv) f न तो एकैकी है और न आच्छादक है। 1

ख) यदि आव्यूह A और B के क्रम क्रमशः $p \times q$ और $q \times r$ हैं तो AB का क्रम है

i) $p \times r$

ii) $r \times p$

iii) $q \times p$

iv) इनमें से कोई नहीं। 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ग) समाकलन $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ का मान है

i) $\tan x + \cot x + c$
ii) $\tan x - \cot x + c$
iii) $\sec x + \operatorname{cosec} x + c$
iv) $\sec x - \operatorname{cosec} x + c$. 1

घ) अवकल समीकरण

$$xy \frac{d^2 y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\frac{dy}{dx} = 2$$ की

कोटि है

i) 3 ii) 2
iii) 1 iv) 0. 1

ङ) यदि सदिश $\lambda \hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ और $4\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ परस्पर लम्ब हैं तो λ का मान है

i) 4 ii) 3
iii) 2 iv) 1. 1

1. Attempt *all* the parts :

a) Suppose that the function $f : R \to R$ is defined by $f(x) = x^4$. Then choose the correct answer :

i) f is one-one onto
ii) f is many-one onto
iii) f is one-one but not onto
iv) f is neither one-one nor onto. 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

b) If orders of matrices A and B are $p \times q$ and $q \times r$ respectively, then order of AB is

i) $p \times r$
ii) $r \times p$
iii) $q \times p$
iv) none of these. 1

c) The value of integral $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ is

i) $\tan x + \cot x + c$
ii) $\tan x - \cot x + c$
iii) $\sec x + \operatorname{cosec} x + c$
iv) $\sec x - \operatorname{cosec} x + c$. 1

d) The order of the differential equation

$$xy \frac{d^2 y}{dx^2} + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\frac{dy}{dx} = 2$$ is

i) 3 ii) 2
iii) 1 iv) 0. 1

e) If vector $\lambda \hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ and $4\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ are perpendicular to each other, then the value of λ is

i) 4 ii) 3
iii) 2 iv) 1. 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

2\. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) $\tan^{-1}1+\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)+\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ख) यदि $f: R\to R$ जहाँ $f(x)=\sin x$ और $g: R\to R$ जहाँ $g(x)=x^2$ है, तो $(f\,o\,g)x$ और $(g\,o\,f)x$ के मान ज्ञात कीजिए और दिखाइए कि $f\,o\,g\neq g\,o\,f$. 1

ग) यदि $2P(A)=P(B)=\frac{5}{13}$ और $P(A/B)=\frac{2}{5}$ तो $P(A\cup B)$ का मान ज्ञात कीजिए। http://www.upboardonline.com 1

घ) वक्रों के कुल $y=a\sin(x+b)$, जिसमें a, b स्वेच्छ अचर हैं, को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए। 1

ङ) फलन $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{|x|}, & x<0\\ -1, & x\geq 0\end{cases}$ के लिए $x=0$ पर सांतत्य का परीक्षण कीजिए। 1

2\. Attempt *all* the parts :

a) Find the value of $\tan^{-1}1+\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)+\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$. 1

b) If $f: R\to R$ where $f(x)=\sin x$ and $g: R\to R$ where $g(x)=x^2$, then find $(f\,o\,g)x$ and $(g\,o\,f)x$ and show that $f\,o\,g\neq g\,o\,f$. 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

c) If $2P(A)=P(B)=\frac{5}{13}$ and $P(A/B)=\frac{2}{5}$, then find the value of $P(A\cup B)$. 1

d) Find the differential equation of the family of curves $y=a\sin(x+b)$, where a and b are constants. 1

e) Check the continuity for the function

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{|x|}, & x<0\\ -1, & x\geq 0\end{cases}\text{ at } x=0.$$ 1

3\. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $y=\tan^{-1}\left[\frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}\right]$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

ख) सदिशों $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ और $3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

ग) निम्नलिखित अवरोधों

$x+3y\leq 5$

$x+y\leq 3$

$x\geq 0,\ y\geq 0$ के अन्तर्गत

$Z=5x+3y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। 2

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

घ) दिखाइए कि बिन्दुओं (4, 7, 8) तथा (2, 3, 4) से होकर जाने वाली रेखा, बिन्दुओं (−1, −2, 1) और (1, 2, 5) से होकर जाने वाली रेखा के समानान्तर है। 2

3. Attempt *all* the parts :

a) If $y = \tan^{-1}\left[\dfrac{x}{1+\sqrt{1+x^2}}\right]$, then find $\dfrac{dy}{dx}$. 2

b) Find the angles between the vectors $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ and $3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$. 2

c) Under the following restrictions

$x+3y \le 5$

$x+y \le 3$

$x \ge 0,\ y \ge 0$

find the maximum value of $Z = 5x+3y$. 2

d) Show that the line passing through the points (4, 7, 8) and (2, 3, 4) is parallel to the line passing through the points (−1, −2, 1) and (1, 2, 5). 2

4. निम्नलिखित **सभी** खण्डों हल कीजिए :

क) पूर्णांकों 1 से 11 तक में से दो पूर्णांक यादृच्छया चुने जाते हैं। यदि इसका योग सम है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि दोनों पूर्णांक विषम हैं। 2

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ख) समाकल $\displaystyle\int \frac{\sin 2x}{a\cos^2 x + b\sin^2 x}\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ a, b अचर हैं। 2

ग) यदि $\vec{a} = 3\hat{i}-\hat{j}+5\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ तो उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी दो भुजाओं को $\vec{a}$ और $\vec{b}$ से प्रदर्शित किया गया है। 2

घ) फलन $f(x) = x^2 - 1$ के लिए अन्तराल [3, 5] में लैगरेंज के मध्यमान प्रमेय को सत्यापित कीजिए। 2

4. Attempt *all* the parts :

a) From integers 1 to 11 two integers are selected at random. If their sum is even, then find the probability that both integers are odd. 2

b) Find the value of the integral $\displaystyle\int \frac{\sin 2x}{a\cos^2 x + b\sin^2 x}\,dx$ where a and b are constants. 2

c) If $\vec{a} = 3\hat{i}-\hat{j}+5\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$, then find the area of that triangle whose two sides are represented by $\vec{a}$ and $\vec{b}$. 2

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

d) Verify Lagrange's Mean Value Theorem for the function $f(x) = x^2 - 1$ in the interval [3, 5]. 2

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **पाँच** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ a & x+b & c \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = x^2(x+a+b+c).$$

5

ख) यदि $\cos^{-1}\frac{x}{2} + \cos^{-1}\frac{y}{3} = \theta$ तो सिद्ध कीजिए कि

$9x^2 - 12xy\cos\theta + 4y^2 = 36\sin^2\theta$. 5

ग) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$. 5

घ) सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^2 + y^2 = 1$ और $y^2 = 4(x-1)$ एक दूसरे को स्पर्श करतें हैं। 5

ङ) रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

च) अवकल समीकरण

$(x-y)dy - (x+y)dx = 0$ को हल कीजिए। 5

5. Attempt any *five* parts of the following :

a) Prove that

$$\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ a & x+b & c \\ a & b & x+c \end{vmatrix} = x^2(x+a+b+c).$$

5

b) If $\cos^{-1}\frac{x}{2} + \cos^{-1}\frac{y}{3} = \theta$, then prove that

$9x^2 - 12xy\cos\theta + 4y^2 = 36\sin^2\theta$. 5

c) Prove that $\int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$. 5

d) Prove that the curve $x^2 + y^2 = 1$ and $y^2 = 4(x-1)$ touch each other. 5

e) Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$. 5

f) Solve the differential equation $(x-y)dy - (x+y)dx = 0$. 5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

6. निम्नलिखित में से किन्हीं **पाँच** खण्डों को हल कीजिए :

क) आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :
निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत
$x - y \geq 0$
$-x + 2y \geq 2$
$x \geq 3,\ y \leq 4,\ y \geq 0$
$Z = 2x + 3y - 1$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। 5

ख) $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ का $\cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$ के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए। 5

ग) परवलय $x^2 = 4y$ और सरल रेखा $x = 4y - 2$ से घिरे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

घ) एक व्यक्ति A, 70% घटनाओं में सत्य बोलता है। दूसरा व्यक्ति B, 60% घटनाओं में सत्य बोलता है। एक घटना में दोनों के एक-दूसरे से सहमत होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

ङ) यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ तीन सदिश राशियाँ इस प्रकार हैं कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, तो सिद्ध कीजिए कि $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$. 5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

च) सिद्ध कीजिए कि

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1} x,$$

जहाँ, $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$. 5

6. Attempt any *five* parts of the following :

a) Solve the following linear programming problem by graphical method, under the following constraints :
$x - y \geq 0$
$-x + 2y \geq 2$
$x \geq 3,\ y \leq 4,\ y \geq 0$
Find the minimum value of $Z = 2x + 3y - 1$. 5

b) Find the differential coefficient of $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ with respect to $\cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$. 5

c) Find the area enclosed between the parabola $x^2 = 4y$ and straight line $x = 4y - 2$. 5

d) One man A speaks truth in 70% events. An other man B speaks truth in 60% events. Find the probability that in an event both agree with one another. 5

http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

e) If three vector quantities $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are such that $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$, then prove that $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{b}\times\vec{c}=\vec{c}\times\vec{a}$. 5

f) Prove that

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}\right)=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\cos^{-1}x,$$

where $-\frac{1}{\sqrt{2}}\le x\le 1$. 5

7. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित समीकरण निकाय

$x+y+z=6$

$y+3z=11$

$x-2y+z=0$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

ख) i) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a & a+b & a+b+c \\ 2a & 3a+2b & 4a+3b+2c \\ 3a & 6a+3b & 10a+6b+3c \end{vmatrix}=a^3.$$

3

ii) सिद्ध कीजिए कि $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k}$, $3\hat{i}-4\hat{j}-4\hat{k}$ एक समकोण त्रिभुज की भुजाएँ हैं। त्रिभुज के शेष दो कोण भी ज्ञात कीजिए। 5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

7. Attempt any *one* part of the following :

a) Solve the following system of equations :

$x+y+z=6$

$y+3z=11$

$x-2y+z=0$

by matrix method. 8

b) i) Prove that

$$\begin{vmatrix} a & a+b & a+b+c \\ 2a & 3a+2b & 4a+3b+2c \\ 3a & 6a+3b & 10a+6b+3c \end{vmatrix}=a^3.$$

3

ii) Prove that $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k}$, $3\hat{i}-4\hat{j}-4\hat{k}$ are sides of a right angled triangle. Find rest two angles of triangle also. 5

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x+b^2\sin^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) i) फलन $f(x)=\sin x+\cos x$ का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए। 4

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ii) एक थैले A में 4 लाल और 5 काली गेंदें हैं। दूसरे थैले B में 6 लाल और 3 काली गेंदें हैं। एक गेंद थैले A से निकालकर थैले B में स्थानान्तरित कर दी जाती है। इसके बाद B से एक गेंद निकाली जाती है। इसके लाल होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 4

8. Attempt any *one* part of the following :

a) Find the value of

$$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}.$$ 8

b) i) Find the maximum value of the function $f(x) = \sin x + \cos x$. 4

ii) There are 4 red and 5 black balls in a bag A. In another bag B there are 6 red and 3 black balls. One red ball is taken from bag A, and transferred to bag B. After this one ball is taken from bag B, find the probability of that to be red. 4

9. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) $\int \frac{2x+1}{\sqrt{2x^2+x-3}}\,dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - 3y\cot x = \sin 2x$ को हल कीजिए, जबकि $x = \frac{\pi}{2}$ पर $y = 2$ है, का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए। 8

9. Attempt any *one* part of the following :

a) Find the value of

$$\int \frac{2x+1}{\sqrt{2x^2+x-3}}\,dx.$$ 8

b) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} - 3y\cot x = \sin 2x$, when at $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 2$, find the particular solution. 8

324(YZ)-1,25,000

http://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com