http://www.upboardonline.com

131 **324(XD)**

2020

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश :
- i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।
- ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।
- iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।
- iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
- v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।
- vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :
- i) There are in all *nine* questions in this question paper.
- ii) *All* questions are compulsory.

J28746 [Turn over

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

- iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.
- iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.
- v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.
- vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) समुच्चय { 1, 2, 3, 4 } में सम्बन्ध R निम्न प्रकार परिभाषित है :

$R = \{ (1,2), (2,2), (1,1), (4,4), (1,3), (3,3), (3, 2)\}$.

यह सम्बन्ध R
- i) स्वतुल्य तथा सममित है, किन्तु संक्रामक नहीं
- ii) स्वतुल्य तथा संक्रामक है, किन्तु सममित नहीं
- iii) सममित तथा संक्रामक है, किन्तु स्वतुल्य नहीं
- iv) एक तुल्यता सम्बन्ध है। 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ख) $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित फलन

$f : R \rightarrow R$ है

i) एकैक और आच्छादक

ii) बहु-एक और आच्छादक

iii) एकैक, किन्तु आच्छादक नहीं

iv) न तो एकैक और न ही आच्छादक। 1

ग) समाकलन $\int \sin 3x \, dx$ का मान है

i) $\frac{1}{3} \cos 3x + c$

ii) $\frac{1}{3} \sin 3x + c$

iii) $-\frac{1}{3} \cos 3x + c$

iv) $-\cos 3x + c$. 1

घ) अवकल समीकरण

$$2x \frac{d^2y}{dx^2} + 3e^x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + 9y^3 = x^4$$ की

घात है

i) 1 ii) 2

iii) 3 iv) 4. 1

ङ) $\hat{i} . (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} . (\hat{k} \times \hat{i}) + \hat{k} . (\hat{i} \times \hat{j})$ का मान है.

i) 0 ii) 1

iii) 2 iv) 3. 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

1. Attempt *all* the parts :

a) The relation R is defined in the set $\{1, 2, 3, 4\}$ as follows :

$R = \{(1, 2), (2,2), (1,1), (4,4), (1,3), (3,3), (3, 2)\}$.

This relation R is

i) reflexive and symmetric, but not transitive

ii) reflexive and transitive, but not symmetric

iii) symmetric and transitive, but not reflexive

iv) an equivalence relation. 1

b) The function $f : R \rightarrow R$, defined by $f(x) = x^2$, is

i) one-one and onto

ii) many-one and onto

iii) one-one, but not onto

iv) neither one-one nor onto. 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

c) The value of the integral $\int \sin 3x \, dx$ is

i) $\frac{1}{3}\cos 3x + c$

ii) $\frac{1}{3}\sin 3x + c$

iii) $-\frac{1}{3}\cos 3x + c$

iv) $-\cos 3x + c$. 1

d) The degree of the differential equation

$$2x\frac{d^2y}{dx^2} + 3e^x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 9y^3 = x^4 \text{ is}$$

i) 1 ii) 2

iii) 3 iv) 4. 1

e) The value of

$\hat{i}.(\hat{j}\times\hat{k}) + \hat{j}.(\hat{k}\times\hat{i}) + \hat{k}.(\hat{i}\times\hat{j})$ is

i) 0 ii) 1

iii) 2 iv) 3. 1

2. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि यदि $f : X \rightarrow Y$ और $g : Y \rightarrow Z$ एकैक हैं, तो $gof : X \rightarrow Z$ भी एकैक है। 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ख) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। 1

ग) दिखाइए कि फलन $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर सतत है। http://www.upboardonline.com 1

घ) एक थैले में 5 लाल तथा 3 काली गेंदें हैं। एक गेंद यादृच्छया थैले से निकाली जाती है। निकाली गयी गेंद के काली होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

ङ) x तथा y ज्ञात कीजिए यदि

$$2\begin{bmatrix}1 & 3\\0 & x\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}y & 0\\1 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}5 & 6\\1 & 8\end{bmatrix}.$$ 1

2. Attempt *all* the parts :

a) Prove that if $f : X \rightarrow Y$ and $g : Y \rightarrow Z$ are one-one, then $gof : X \rightarrow Z$ is also one-one. 1

b) Find the principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$. 1

c) Show that the function $f(x) = |x|$ is continuous at $x = 0$. 1

J28746

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

d) There are 5 red and 3 black balls in a bag. A ball is taken out of the bag at random. Find the probability that the ball taken out is black. 1

e) Determine x and y if

$$2\begin{bmatrix}1 & 3\\0 & x\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}y & 0\\1 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 6\\1 & 8\end{bmatrix}.$$ 1

3. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $f(x)=8x^3$ और $g(x)=x^{1/3}$, तो gof तथा fog ज्ञात कीजिए। 2

ख) सिद्ध कीजिए कि यदि E और F दो स्वतंत्र घटनायें हैं, E तो और F' भी स्वतंत्र होंगी। 2

ग) स्वेच्छ अचरों a तथा b को विलुप्त करके वक्रों के कुल $y=ae^{3x}+be^{-2x}$ को निरूपित करने वाला अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

घ) x, y और z-अक्षों की दिक्-कोज्यायें ज्ञात कीजिए। 2

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

3. Attempt *all* the parts :

a) If $f(x)=8x^3$ and $g(x)=x^{1/3}$, find gof and fog. 2

b) Prove that if E and F are two independent events, then E and F' are also independent. 2

c) Find the differential equation representing the family of curves $y=ae^{3x}+be^{-2x}$ by eliminating the arbitrary constants a and b. 2

d) Find the direction-cosines of x, y and z-axes. 2

4. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $a*b=a+2b$ द्वारा परिभाषित द्विआधारी संक्रिया $*: R\times R\to R$ क्रम विनिमेय नहीं है। 2

ख) सदिश $\vec{a}=2\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ का सदिश $\vec{b}=\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। 2

ग) यदि $y=\sin^{-1}x$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}=x\frac{dy}{dx}.$$ 2

घ) दर्शाइए कि बिन्दु $A(a, b+c)$, $B(b, c+a)$ तथा $C(c, a+b)$ संरेख हैं। 2

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

4. Attempt *all* the parts :

a) Prove that the binary operation $* : R \times R \to R$ defined by $a * b = a + 2b$ is not commutative. 2

b) Find the projection of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ on the vector $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$. 2

c) If $y = \sin^{-1} x$, prove that

$$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} = x\frac{dy}{dx}.$$ 2

d) Show that the points $A (a, b + c)$, $B (b, c + a)$ and $C (c, a + b)$ are collinear. 2

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **पाँच** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि R^+ धनात्मक वास्तविक संख्याओं का समुच्चय हो तो सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^2 + 4$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R^+ \to (4, \infty)$ व्युत्क्रमणीय है तथा f का प्रतिलोम $f^{-1} : (4, \infty) \to R^+$ निम्नवत है :

$$f^{-1}(y) = \sqrt{y - 4}.$$ 5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}.$$ 5

ग) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} y+z & x & y \\ z+x & z & x \\ x+y & y & z \end{vmatrix} = (x+y+z)(x-z)^2.$$ 5

घ) अवकल समीकरण $(x^2 - y^2)dx + 2xy\,dy = 0$ को हल कीजिए। 5

ङ) वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ के बिन्दु (1, 1) पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए। 5

च) क्रमशः 3, 4, 5 परिमाण के तीन सदिश $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ इस प्रकार हैं कि इनमें से प्रत्येक शेष दो सदिशों के योगफल के लम्बवत् है, तो $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ का परिमाण ज्ञात कीजिए। 5

5. Attempt any *five* parts of the following :

a) If R^+ is the set of non-negative real numbers, prove that the function $f : R^+ \to (4, \infty)$ defined by $f(x) = x^2 + 4$ is invertible and the inverse of f, $f^{-1} : (4, \infty) \to R^+$, is as follows :

$$f^{-1}(y) = \sqrt{y - 4}.$$ 5

http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com

b) Prove that

$\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{8}=\frac{\pi}{4}$. 5

c) Prove that

$$\begin{vmatrix} y+z & x & y \\ z+x & z & x \\ x+y & y & z \end{vmatrix} = (x+y+z)(x-z)^2.$$ 5

d) Solve the differential equation $(x^2-y^2)dx+2xy\,dy=0$. 5

e) Find the equation of the normal to the curve $x^{2/3}+y^{2/3}=2$ at the point (1, 1). 5

f) Three vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ of magnitudes 3, 4, 5 respectively are such that each of them is perpendicular to the sum of the rest two. Find the magnitude of $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$. 5

6. निम्नलिखित में से किन्हीं **पाँच** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $A=\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, तो सिद्ध कीजिए कि $A^n=\begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$, जहाँ $n \in N$. 5

http://www.upboardonline.com

ख) फलन $f(x)=x^3-5x^2-3x$ के लिए अन्तराल [1, 4] में माध्य मान प्रमेय को सत्यापित कीजिए। 5

ग) उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ बिन्दुओं A (3, 4, 1) और B (5, 1, 6) को मिलाने वाली रेखा xy-समतल को काटती है। 5

घ) अवकल समीकरण

$y\,dx-(x+2y^2)dy=0$ को हल कीजिए। 5

ङ) छः सिक्के उछाले जाते हैं। केवल 2 के चित (heads) आने की प्रायिकता क्या है ? 5

च) सिद्ध कीजिए कि एक दिये गये वृत्त के अन्तर्गत सभी आयतों में वर्ग का क्षेत्रफल अधिकतम होता है। 5

6. Attempt any *five* parts of the following :

a) If $A=\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, prove that $A^n=\begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$, where $n \in N$. 5

http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

b) Verify mean value theorem for the function $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$ in the interval [1, 4]. 5

c) Find the coordinates of the point where the line joining the points A (3, 4, 1) and B (5, 1, 6) cuts xy-plane. 5

d) Solve the differential equation $y\,dx - (x + 2y^2)\,dy = 0$. 5

e) 6 coins are tossed. What is the probability that only two of them show heads ? 5

f) Prove that among all the rectangles inscribed in a circle the area of square is maximum. 5

7. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए। 8

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ख) आव्यूह विधि से निम्नलिखित रैखिक समीकरण-निकाय को हल कीजिए :

$2x - 3y + 5z = 11,$

$3x + 2y - 4z = -5,$

$x + y - 2z = -3.$ 8

7. Attempt any *one* part of the following :

a) Find the inverse of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$. 8

b) Solve by matrix method the following system of linear equations :

$2x - 3y + 5z = 11,$

$3x + 2y - 4z = -5,$

$x + y - 2z = -3.$ 8

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} = \frac{\pi^2}{2ab}.$$ 8

ख) प्रथम चतुर्थांश में वृत्त $x^2 + y^2 = 32$, रेखा $y = x$ एवं x-अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 8

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

8. Attempt any *one* part of the following :

a) Prove that

$$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x} = \frac{\pi^2}{2ab}.$$ 8

b) Find the area of the region in the first quadrant enclosed by the circle $x^2 + y^2 = 32$, the line $y = x$ and the x-axis. 8

9. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित व्यवरोधों

$x + 2y \geq 10$

$3x + 4y \leq 24$

$x \geq 0,\ y \geq 0.$

के अन्तर्गत $Z = 200x + 500y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) रेखाओं

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

और

$$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$$

के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 8

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

9. Attempt any *one* part of the following :

a) Find the minimum value of $Z = 200x + 500y$ subject to the following constraints :

$x + 2y \geq 10$

$3x + 4y \leq 24$

$x \geq 0,\ y \geq 0.$ 8

b) Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$$

and

$$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}).$$

8

http://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com