http://www.upboardonline.com

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 16

अनुक्रमांक ....

नाम ....

131 **324(XC)**

2020

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश :
i) इस प्रश्नपत्र में कुल **नौ** प्रश्न हैं।
ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।
iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टत: लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।
iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।
vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

H985671

[Turn over

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.
ii) *All* questions are compulsory.
iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.
iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.
v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.
vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $\sin^{-1}(1-x) - 2\sin^{-1}x = \frac{\pi}{2}$, तो x का मान होगा

i) $0, \frac{1}{2}$ ii) $1, \frac{1}{2}$

iii) 0 iv) $\frac{1}{2}$. 1

H985671

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ख) समाकलन $\int x \sin x \, dx$ का मान होगा

i) $x \sin x + \cos x + c$

ii) $x \cos x + \sin x + c$

iii) $x \sin x - \cos x + c$

iv) $\sin x - x \cos x + c$. 1

ग) अवकल समीकरण

$\frac{d^3y}{dx^3} - 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + y = 0$ की कोटि है

i) 1 ii) 2

iii) 3 iv) 4. 1

घ) $\hat{i}.(\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j}.(\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k}.(\hat{i} \times \hat{j})$ का मान है

i) −1 ii) 0

iii) 3 iv) 1. 1

ङ) समुच्चय $A = \{a, b\}$ में द्विआधारी संक्रियाओं की संख्या है

i) 4 ii) 16

iii) 8 iv) 32. 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

1. Attempt *all* the parts :

a) If $\sin^{-1}(1-x) - 2\sin^{-1} x = \frac{\pi}{2}$, then value of x will be

i) $0, \frac{1}{2}$ ii) $1, \frac{1}{2}$

iii) 0 iv) $\frac{1}{2}$. 1

b) The value of the integral $\int x \sin x \, dx$ will be

i) $x \sin x + \cos x + c$

ii) $x \cos x + \sin x + c$

iii) $x \sin x - \cos x + c$

iv) $\sin x - x \cos x + c$. 1

c) Order of the differential equation $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + y = 0$ is

i) 1 ii) 2

iii) 3 iv) 4. 1

d) The value of $\hat{i}.(\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j}.(\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k}.(\hat{i} \times \hat{j})$ is

i) −1 ii) 0

iii) 3 iv) 1. 1

e) The number of binary operations on the set $A = \{a, b\}$ is

i) 4 ii) 16

iii) 8 iv) 32. 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

2. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) समुच्चय $A = \{1,2,3\}$ से स्वयं तक सभी एकैकी फलनों की संख्या ज्ञात कीजिए। 1

ख) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$ हो, तो α का मान है

i) $\frac{\pi}{6}$ ii) $\frac{\pi}{3}$

iii) π iv) $\frac{3\pi}{2}$. 1

ग) सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित फलन $f : I\!R \to I\!R$ न तो एकैकी है और न आच्छादक है। 1

घ) दिखाइए कि $f(x) = \sin(x^2)$ एक सतत फलन है। 1

ङ) यदि A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तथा $P(A) = \frac{3}{10}, P(B) = \frac{4}{10}$ है, तो $P(A \cap B)$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

2. Attempt *all* the parts :

a) Find the number of all one-one functions from the set $A = \{1,2,3\}$ to itself. 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

b) If $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ and $A + A' = I$, then value of α is

i) $\frac{\pi}{6}$ ii) $\frac{\pi}{3}$

iii) π iv) $\frac{3\pi}{2}$. 1

c) Prove that the function $f(x) = x^2$ defined on $f : I\!R \to I\!R$ is neither one-one nor onto. 1

d) Show that $f(x) = \sin(x^2)$ is a continuous function. 1

e) If A and B be two independent events and $P(A) = \frac{3}{10}$, $P(B) = \frac{4}{10}$, then find the value of $P(A \cap B)$. 1

3. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि $f : I\!R \to (-1, 1)$ जहाँ $f(x) = \frac{x}{1+|x|}, \forall x \in I\!R$ द्वारा परिभाषित फलन एकैकी तथा आच्छादक है। 2

ख) यदि $e^y(1+x) = 1$ है, तो दिखाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$. 2

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ग) यदि सदिश $(a\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})$ तथा सदिश $(3\hat{i}+b\hat{j})$ लम्बवत् हों, तो सिद्ध कीजिए कि $3a+2b=0$. 2

घ) एक परिवार में दो बच्चे हैं। यदि यह ज्ञात हो कि बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़का है, तो दोनों बच्चों के लड़का होने की क्या प्रायिकता है ? 2

3. Attempt *all* the parts :

a) Prove that the function $f: I\!R \to (-1, 1)$ where $f(x)=\frac{x}{1+|x|}, \forall x \in I\!R$ is one-one and onto. 2

b) If $e^{y}(1+x)=1$, then show that $\frac{d^2y}{dx^2}=\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$. 2

c) If the vectors $(a\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})$ and $(3\hat{i}+b\hat{j})$ are perpendicular, then prove that $3a+2b=0$. 2

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

d) There are two children in a family. It is known that at least one child is boy. Then find the probability that both children are boys. 2

4. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) दिखाइए कि

$$\sin^{-1}\left(\frac{12}{13}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{63}{16}\right)=\pi.$$

2

ख) यदि $F(x)=\begin{bmatrix}\cos x & -\sin x & 0\\ -\sin x & \cos x & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ है, तो सिद्ध कीजिए $F(x+y)=F(x).F(y)$. 2

ग) यदि $y=x^{\sin x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

घ) दिखाइए कि स्थिति सदिशों $4\hat{i}+5\hat{j}+\hat{k}$, $-(\hat{j}+\hat{k})$, $(3\hat{i}+9\hat{j}+4\hat{k})$ तथा $4(-\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$ वाले क्रमशः चारों बिन्दु A, B, C तथा D समतलीय हैं। 2

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

4. Attempt *all* the parts :

a) Show that

$$\sin^{-1}\left(\frac{12}{13}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{63}{16}\right)=\pi.$$

2

b) If $F(x)=\begin{bmatrix}\cos x & -\sin x & 0\\ -\sin x & \cos x & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$, then prove that $F(x+y)=F(x).F(y)$. 2

c) If $y=x^{\sin x}$, then find $\frac{dy}{dx}$. 2

d) Show that the position vectors of four points *A*, *B*, *C* and *D* are $4\hat{i}+5\hat{j}+\hat{k}$, $-(\hat{j}+\hat{k})$, $(3\hat{i}+9\hat{j}+4\hat{k})$ and $4(-\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$ respectively are coplanar. 2

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **पाँच** खण्डों को हल कीजिए : http://www.upboardonline.com

क) यदि $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & -2 & 1\\ 4 & 2 & 1\end{bmatrix}$ है, तो दिखाइए कि $A^3-23A-40I=0$. 5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ख) यदि R_1 तथा R_2 दो तुल्यता सम्बन्ध समुच्चय A में हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $R_1\cap R_2$ भी एक तुल्यता सम्बन्ध है। 5

ग) यदि $\cos y = x\cos(a+y)$ तथा $\cos a \neq \pm 1$, तो सिद्ध कीजिए

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}.$$ 5

घ) रेखीय प्रोग्रामन समस्या का निम्न अवरोधों के अन्तर्गत हल कीजिए :

$5x+3y\leq 15$, $2x+5y\leq 10$ तथा $x\geq 0$, $y\geq 0$, $Z=10x+3y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। 5

ङ) दिखाइए कि पूर्णांकों के समुच्चय में

$R=\{(a,b)\in z\times z:(a-b)$ को 7 विभाजित करता है $\}$

एक तुल्यता सम्बन्ध है। 5

च) सिद्ध कीजिए

$$(\vec{a}+\vec{b}).((\vec{b}+\vec{c})\times(\vec{c}+\vec{a}))=2[\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}].$$

5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

5. Attempt any *five* parts of the following :

a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, then show that $A^3 - 23A - 40I = 0$. 5

b) If R_1 and R_2 are two equivalence relations on a set A, then prove that $R_1 \cap R_2$ is also an equivalence relation. 5

c) If $\cos y = x \cos(a + y)$ and $\cos a \neq \pm 1$, then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}$. 5

d) Solve the linear programming problem under the following constraints :
$5x + 3y \leq 15$, $2x + 5y \leq 10$ and $x \geq 0$, $y \geq 0$. Find maximum value of $Z = 10x + 3y$. 5

e) Show that a relation
$R = \{(a, b) \in z \times z : (a - b)$ is divisible by 7 $\}$
in the set of integers is an equivalence relation. 5

f) Prove that
$(\vec{a} + \vec{b}).((\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{c} + \vec{a})) = 2[\vec{a}\, \vec{b}\, \vec{c}]$. 5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

6. निम्नलिखित में से किन्हीं **पाँच** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि एक शंकु के अन्तर्गत महत्तम वक्रपृष्ठ वाले लम्बवृत्तीय बेलन की त्रिज्या शंकु की त्रिज्या की आधी होती है। 5

ख) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+5}{2(x+y)+3}$ का हल ज्ञात कीजिए। 5

ग) वक्र $y = \cos(x + y), -2\pi < x < 2\pi$ की स्पर्श रेखाओं का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $x - 2y = 0$ के समान्तर है। 5

घ) यदि A तथा B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तो दिखाइए कि A या B में से न्यूनतम एक के होने की प्रायिकता $1 - P(A')P(B')$ होगी। 5

ङ) $\int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x}$ को ज्ञात कीजिए। 5

च) फलन $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$, $\forall x \in [1, 3]$ के लिए मध्यमान प्रमेय सत्यापित कीजिए। 5

6. Attempt any *five* parts of the following :

a) Prove that the radius of a right circular cylinder inside a cone is half of the radius of cone. The right circular cylinder has maximum curved surface. 5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

b) Find the solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+5}{2(x+y)+3}$. 5

c) Find the equation of tangent lines of the curve $y = \cos(x+y)$, $-2\pi < x < 2\pi$ which is parallel to the line $x - 2y = 0$. 5

d) If A and B be two independent events, then show that the probability of occurrence of at least one is $1 - P(A')P(B')$. 5

e) Find $\int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x}$. 5

f) Verify mean value theorem for the function $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$, $\forall x \in [1, 3]$. 5

7. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित समीकरण निकाय $x + y + z = 6$, $y + 3z = 11$, $x + z = 2y$ को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ख) i) यदि $x^y = e^{x-y}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1+\log x)^2}$. 4

ii) यदि A तथा B दो सममित आव्यूह है तो सिद्ध कीजिए कि $(AB - BA)$ एक विषम सममित आव्यूह होगा। 4

7. Attempt any *one* part of the following :

a) Solve the following system of equations by matrix method :
$x + y + z = 6$, $y + 3z = 11$,
$x + z = 2y$. 8

b) i) If $x^y = e^{x-y}$, then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1+\log x)^2}$. 4

ii) If A and B be two symmetric matrices then prove that $(AB - BA)$ is a skew-symmetric matrix. 4

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) उस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो $x = 0$ एवं $x = 2\pi$ के मध्य वक्र $y = \cos x$ से घिरा हुआ है। 8

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ख) सदिश विधि से निम्न रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए

$$\frac{x-3}{3}=\frac{y-8}{-1}=\frac{z-3}{1} \text{ तथा}$$
$$\frac{x+3}{-3}=\frac{y+7}{2}=\frac{z-6}{4}.$$ 8

8. Attempt any *one* part of the following :

a) Find the area of the region of the curve $y = \cos x$ bounded between $x = 0$ and $x = 2\pi$. 8

b) Find the shortest distance between the following lines by vector method :

$$\frac{x-3}{3}=\frac{y-8}{-1}=\frac{z-3}{1} \text{ and}$$
$$\frac{x+3}{-3}=\frac{y+7}{2}=\frac{z-6}{4}.$$ 8

9. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) i) सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\pi/4} \log\sin 2x\,dx = -\frac{\pi}{4}\log 2.$$ 4

ii) यदि $y=\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $(1-x)^2\frac{dy}{dx}+y=0$. 4

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ख) प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग से

$$A=\begin{bmatrix}0&1&2\\1&2&3\\3&1&1\end{bmatrix}$$ का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए। 8

9. Attempt any *one* part of the following :

a) i) Prove that

$$\int_0^{\pi/4} \log\sin 2x\,dx = -\frac{\pi}{4}\log 2.$$ 4

ii) If $y=\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, then prove that

$$(1-x)^2\frac{dy}{dx}+y=0.$$ 4

b) Find the inverse of the matrix $A=\begin{bmatrix}0&1&2\\1&2&3\\3&1&1\end{bmatrix}$ by using elementary operations. 8

324(XC)-1,25,000

http://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

http://www.upboardonline.com