http://www.upboardonline.com

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 16

अनुक्रमांक ....

नाम ....

131 **324(XB)**

2020

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

निर्देश : i) इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टत: लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

i) There are in all *nine* questions in this question paper.

F19582 **[Turn over**

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.

vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) मान लीजिए कि $f : IR \to IR,\ f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है, सही उत्तर का चयन कीजिए :

i) f एकैकी आच्छादक है

ii) f बहु-एक आच्छादक है

iii) f एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है

iv) f न तो एकैकी है और न तो आच्छादक है। 1

ख) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$ का मान है

i) π ii) $-\frac{\pi}{2}$

iii) 0 iv) $2\sqrt{3}$. 1

ग) किस बिन्दु पर $y = x + 1$ वक्र $y^2 = 4x$ की स्पर्श रेखा है ?

i) (1, 2) ii) (2, 1)

iii) (1, −2) iv) (−1, 2). 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

घ) यदि A और B ऐसी दो घटनाएँ हैं कि $P(A)+P(B)-P(A$ और $B)=P(A)$, तब

i) $P(B/A)=1$

ii) $P(A/B)=1$

iii) $P(B/A)=0$

iv) $P(A/B)=0$. 1

ङ) निम्नलिखित में से समाकलन $\int \cos^2 x\,dx$ का सही मान है

i) $\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\sin 2x+c$

ii) $2\cos x \sin x+\frac{x}{2}+c$

iii) $\frac{x}{4}-\frac{\sin 2x}{2}+c$

iv) $\cos 2x+c$. 1

1. Attempt *all* the parts :

a) Suppose that a function $f: I\!R \rightarrow I\!R$ defined by $f(x)=x^4$, select correct option :

i) f is one-one onto

ii) f is many-one onto

iii) f is one-one but not onto

iv) f is neither one-one nor onto. 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

b) Value of $\tan^{-1}(\sqrt{3})-\cot^{-1}(-\sqrt{3})$ is

i) π ii) $-\frac{\pi}{2}$

iii) 0 iv) $2\sqrt{3}$. 1

c) $y=x+1$ is a tangent line at which point on the curve $y^2=4x$?

i) (1, 2) ii) (2, 1)

iii) (1, −2) iv) (−1, 2). 1

d) If A and B be two events such that $P(A)+P(B)-P(A$ and $B)=P(A)$ then

i) $P(B/A)=1$

ii) $P(A/B)=1$

iii) $P(B/A)=0$

iv) $P(A/B)=0$. 1

e) Correct value of the integration $\int \cos^2 x\,dx$ in the following is

i) $\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\sin 2x+c$

ii) $2\cos x \sin x+\frac{x}{2}+c$

iii) $\frac{x}{4}-\frac{\sin 2x}{2}+c$

iv) $\cos 2x+c$.

2. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) $\cot[\tan^{-1}(a)+\cot^{-1}(a)]$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ख) जाँच कीजिए कि फलन $f(x) = \frac{x^2}{2}$, $x = 0$ पर सतत है। 1

ग) यदि $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ है, तो $(\vec{a} + \vec{b}).(\vec{a} - \vec{b})$ ज्ञात कीजिए। 1

घ) यदि $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ तथा $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ है, तो X तथा Y का मान ज्ञात कीजिए। 1

ङ) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1+x^2}{1+y^2}$ को हल कीजिए। 1

2. Attempt *all* the parts :

a) Find the value of $\cot[\tan^{-1}(a) + \cot^{-1}(a)]$. 1

b) Check that the function $f(x) = \frac{x^2}{2}$ is continuous at $x = 0$. 1

c) If $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\vec{b} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$, then find $(\vec{a} + \vec{b}).(\vec{a} - \vec{b})$. 1

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

d) If $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ and $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, then find the values of X and Y. 1

e) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1+x^2}{1+y^2}$. 1

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) वक्र $x = a\cos^3\theta$, $y = a\sin^3\theta$ के $\theta = \frac{\pi}{4}$ पर अभिलम्ब की प्रवणता ज्ञात कीजिए। 2

ख) यदि $y = \sin^{-1} x$, तो सिद्ध कीजिए कि $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} = x\frac{dy}{dx}$. 2

ग) आव्यूह $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

घ) एक द्विआधारी संक्रिया * समुच्चय R पर $a * b = \frac{a+b}{2} \forall a, b \in R$ द्वारा परिभाषित है। दिखाइए कि यह संक्रिया क्रमविनिमेय किन्तु साहचर्य नहीं है।

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

3. Attempt *all* the parts :

a) Find the slope of the normal of the curve $x = a\cos^3\theta$, $y = a\sin^3\theta$ at $\theta = \frac{\pi}{4}$. 2

b) If $y = \sin^{-1} x$, then prove that

$$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} = x\frac{dy}{dx}.$$ 2

c) Find the value of the matrix $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. 2

d) A binary operation $*$ is defined on a set R as $a * b = \frac{a+b}{2} \forall a, b \in R$. Show that this binary operation is commutative but not associative. 2

4. निम्नलिखित **सभी** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $y = x^{x\cos x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

ख) बिन्दुओं (2, –5, 1) तथा (1, 4, –6) को मिलाने वाली रेखा पर उस बिन्दु का निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो उस रेखा को 2 : 3 के अनुपात में अन्तः विभाजित करता है। 2

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ग) यदि $P(A) = \frac{1}{3}$ तथा $P(B) = \frac{1}{2}$ और $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ हो, तो क्या घटनाएँ A तथा B स्वतंत्र हैं ? 2

घ) यदि $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$ हो, तो सिद्ध कीजिए $x + y + z = xyz$. 2

4. Attempt *all* the parts :

a) If $y = x^{x\cos x}$, then find $\frac{dy}{dx}$. 2

b) Find the coordinate of that point which internally intersects the line joining the points (2, –5, 1) and (1, 4, –6) in the ratio 2 : 3. 2

c) If $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ and $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$, are the events A and B independent ? 2

d) If $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$, then prove that $x + y + z = xyz$. 2

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **पाँच** खण्डों को हल कीजिए :

क) $y = (\cos x)^{\sin x} + x^x$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ख) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में लिखिए। 5

ग) i) $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$ को सरल कीजिए। 2

ii) यदि $f(x) = x^2 - 4x - 3, \forall x \in [1, 4]$, तो मध्यमान प्रमेय स्थापित कीजिए। 3

घ) दो परवलयों $y^2 = 4ax$ तथा $x^2 = 4ay$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

ङ) यदि दो पासे एक साथ फेंके जा रहे हैं, तो कम से कम एक 6 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

च) निम्न अवरोधों के अन्तर्गत $Z = 8x + 7y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए :

$x \le 20$, $y \le 40$, $x + y \le 45$,
$3x + y \le 66$, $x \ge 0$, $y \ge 0$. 5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

5 Attempt any *five* parts of the following :

a) Differentiate $y = (\cos x)^{\sin x} + x$ with respect to x.

b) Write the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ in the form of sum of a symmetric matrix and a skew-symmetric matrix. 5

c) i) Solve $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$. 2

ii) If $f(x) = x^2 - 4x - 3, \forall x \in [1, 4]$ then establish mean value theorem. 3

d) Find the area of the region bounded by two parabolas $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$. 5

e) If two dice are thrown together, then find the probability of getting at least one 6. 5

f) Find the maximum value of $Z = 8x + 7y$ under the following constraints :

$x \le 20$, $y \le 40$, $x + y \le 45$,
$3x + y \le 66$, $x \ge 0$, $y \ge 0$. 5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

निम्नलिखित में से किन्हीं **पाँच** खण्डों के हल कीजिए :

क) दिखाइए कि सारणिक

$$\begin{vmatrix} (y+z)^2 & xy & zx \\ xy & (x+z)^2 & yz \\ xz & yz & (x+y)^2 \end{vmatrix} = 2xyz(x+y+z)^3 .$$

5

ख) बिन्दुओं $-2\hat{i}+6\hat{j}-6\hat{k}$, $-3\hat{i}+10\hat{j}-9\hat{k}$ और $-5\hat{i}-6\hat{j}-6\hat{k}$ से होकर जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। 5

ग) एक पासे को 6 बार उछाला जाता है। यदि "पासे पर सम संख्या प्राप्त होना" एक सफलता है तो (i) न्यूनतम 5 सफलताएँ तथा (ii) अधिकतम 5 सफलताएँ की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

घ) $\int \dfrac{\sec^2 2x}{(\cot x - \tan x)^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

ङ) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ है, तो सिद्ध कीजिए $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$ जहाँ $n \in N$. 5

च) अवकल समीकरण $(\tan^{-1} y - x)dy = (1+y^2)dx$ का हल ज्ञात कीजिए। 5

6. Attempt any *five* parts of the following :

a) Show that the determinant

$$\begin{vmatrix} (y+z)^2 & xy & zx \\ xy & (x+z)^2 & yz \\ xz & yz & (x+y)^2 \end{vmatrix} = 2xyz(x+y+z)^3 .$$

b) Find the equation of a plan passing through the point $-2\hat{i}+6\hat{j}-6\hat{k}$, $-3\hat{i}+10\hat{j}-9\hat{k}$ an $-5\hat{i}-6\hat{j}-6\hat{k}$.

c) A die is thrown six times. If is a success of "getting eve number on the die", the find the probability of gettin (i) at least 5 successes, (ii) at mo 5 successes.

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com
http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

d) Find the value of

$$\int \frac{\sec^2 2x}{(\cot x - \tan x)^2} dx .$$ 5

e) If $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, then prove that $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$, where $n \in N$. 5

f) Find the solution of the differential equation

$$(\tan^{-1} y - x) dy = (1 + y^2) dx .$$ 5

निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित समीकरण निकाय

$3x - 2y + 2z = 8$, $2x + y - z = 1$ तथा

$4x - 3y + 2z = 4$ को आव्यूह विधि से हल कीजिए। 8

ख) i) $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$ द्वारा प्रदत्त फलन के उच्चतम तथा निम्नतम मान ज्ञात कीजिए। 5

ii) यदि $x^y = e^{x-y}$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2} .$$ 3

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

7. Attempt any *one* part of the following :

a) Solve the following system of equations $3x - 2y + 2z = 8$, $2x + y - z = 1$ and $4x - 3y + 2z = 4$ by matrix method. 8

b) i) Find maximum and minimum values of the function $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$. 5

ii) If $x^y = e^{x-y}$, then prove that

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2} .$$ 3

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{4}$. 8

ख) सिद्ध कीजिए

$$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} = \frac{\pi^2}{2ab} .$$

8. Attempt any *one* part of the following :

a) Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{4}$.

b) Prove that

$$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} = \frac{\pi^2}{2ab} .$$

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) रेखाओं

$\vec{r} = (3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

और

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})$ के

बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 8

ख) i) हल कीजिए

$$\frac{dy}{dx} + y\tan x = y^2 \sec x .$$ 4

ii) दिखाइए कि दो सदिशों $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के लिए सदैव $|\vec{a} + \vec{b}| \le |\vec{a}| + |\vec{b}|$ होते हैं। 4

Attempt any *one* part of the following :

a) Find the shortest distance between the lines

$\vec{r} = (3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

and

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k})$. 8

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

b) i) Solve : $\frac{dy}{dx} + y\tan x = y^2 \sec x$. 4

ii) Show that for any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ it is always true that $|\vec{a} + \vec{b}| \le |\vec{a}| + |\vec{b}|$. 4

324(XB)-1,25,000

http://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

F19582

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com