https://www.upboardonline.com

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 16

अनुक्रमांक

नाम .

131 **324(EZ)**

2021

गणित

समय : 2 घण्टे 15 मिनट **पूर्णांक : 100**

Time : 2 Hours 15 Mins. Total Marks : 100

निर्देश : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

1. प्रश्न संख्या–1 बहुविकल्पीय है, जिसमें 5 खण्डों में से किन्हीं 3 खण्डों को हल कीजिए। प्रत्येक खण्ड 2 अंक का है। $2 \times 3 = 6$ अंक
2. प्रश्न संख्या–2 अति लघु उत्तरीय है, जिसमें 5 खण्डों में से किन्हीं 2 खण्डों को हल कीजिए। प्रत्येक खण्ड 2 अंक का है। $2 \times 2 = 4$ अंक

3. प्रश्न संख्या–3 तथा प्रश्न संख्या–4 लघु उत्तरीय–I प्रकार का है। प्रश्न संख्या-3 में से किन्हीं 2 खण्डों को तथा प्रश्न संख्या–4 में से किन्हीं 2 खण्डों को हल कीजिए। प्रत्येक खण्ड 4 अंक का है। $4 \times 4 = 16$ अंक
4. प्रश्न संख्या–5 तथा प्रश्न संख्या–6 लघु उत्तरीय–II प्रकार का है। प्रश्न संख्या–5 में से किन्हीं 3 खण्डों को तथा प्रश्न संख्या–6 में से किन्हीं 3 खण्डों को हल कीजिए। प्रत्येक खण्ड 10 अंक का है। $10 \times 6 = 60$ अंक
5. प्रश्न संख्या–7, 8 तथा 9 दीर्घ उत्तरीय हैं। इनमें से किसी एक प्रश्न को हल कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 14 अंक का है। $14 \times 1 = 14$ अंक

1. Question No. 1 is Multiple choice type. Answer any 3 parts out of 5 parts. Each part is of 2 marks. $2 \times 3 = 6$ Marks
2. Question No. 2 is Very Short Answer type. Answer any 2 parts out of 5 parts. Each part is of 2 marks. $2 \times 2 = 4$ Marks
3. Question No. 3 and Question No. 4 are Short Answer-I type. Answer any 2 parts from Question No. 3 and answer any 2 parts from Question No. 4. Each part is of 4 marks. $4 \times 4 = 16$ Marks

4. Question No. 5 and Question No. 6 are Short Answer-II type. Answer any 3 parts from Question No. 5 and answer any 3 parts from Question No. 6. Each part is of 10 marks. 10 × 6 = 60 Marks

5. Question Nos. 7, 8 and 9 are Long Answer type. Answer any one question from these. Each question is of 14 marks. 14 × 1 = 14 Marks

1. क) अवकल समीकरण

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$$

की घात है

i) 3 ii) 2

iii) 1 iv) परिभाषित नहीं है।

ख) $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ का मान बराबर है

i) π ii) $-\frac{\pi}{3}$

iii) $\frac{\pi}{3}$ iv) $\frac{2\pi}{3}$.

ग) समाकलन $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ बराबर है

i) $\frac{\pi}{3}$ ii) $\frac{2\pi}{3}$

iii) $\frac{\pi}{6}$ iv) $\frac{\pi}{12}$.

घ) मान लीजिए कि $f(x) = 3x$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \to R$ है, तो

i) f एकैकी आच्छादक है

ii) f बहुपद आच्छादक है

iii) f एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं है

iv) f न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

ङ) किस बिन्दु पर रेखा $y = x + 1$, वक्र $y^2 = 4x$ की स्पर्श रेखा है ?

i) (1, 2) ii) (2, 1)

iii) (1, –2) iv) (–1, 2).

1. a) The degree of differential equation

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$$

is

i) 3 ii) 2

iii) 1 iv) not defined.

b) $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$ is equal to

i) π ii) $-\frac{\pi}{3}$

iii) $\frac{\pi}{3}$ iv) $\frac{2\pi}{3}$.

c) Integral $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ is equal to

i) $\frac{\pi}{3}$ ii) $\frac{2\pi}{3}$

iii) $\frac{\pi}{6}$ iv) $\frac{\pi}{12}$.

d) Suppose that the function $f : R \to R$ is defined by $f(x) = 3x$. Then

i) f is one-one onto

ii) f is many-one onto

iii) f is one-one but not onto

iv) f is neither one-one nor onto.

e) On which point the line $y = x + 1$ is tangent to the curve $y^2 = 4x$?

i) (1, 2) ii) (2, 1)

iii) (1, –2) iv) (–1, 2).

2\. क) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय { 1, 2, 3 } में

$R = \{ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3) \}$

द्वारा प्रदत्त संबंध स्वतुल्य है, परन्तु न तो सममित है और न संक्रामक है।

ख) $\int \frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

ग) समीकरण $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ से x, y तथा z के मान ज्ञात कीजिए।

घ) यदि $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ और $P(A/B) = \frac{2}{5}$ तो $P(A \cup B)$ का मान ज्ञात कीजिए।

ङ) सदिश $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। https://www.upboardonline.com

2\. a) Prove that in set { 1, 2, 3 }, the relation given by $R = \{ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3) \}$ is reflexive, but neither symmetric nor transitive.

b) Find the value of $\int \frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2 x} dx$.

c) From equation $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$, find the values of x, y and z.

d) If $2P(A) = P(B) = \frac{5}{13}$ and $P(A/B) = \frac{2}{5}$ then find the value of $P(A \cup B)$.

c) Find the angle between the vectors $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$.

3. क) यदि $\sin^{-1} x + \tan^{-1} x = \frac{\pi}{2}$, तो सिद्ध कीजिए कि $2x^2 + 1 = \sqrt{5}$.

ख) दीर्घवृत्त के उस परिवार का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिनकी नाभि x-अक्ष पर और केन्द्र मूल बिन्दु पर है।

ग) यदि $|\vec{a}| \neq 0, |\vec{b}| \neq 0$ और $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ तो दिखाइए कि सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ परस्पर लम्ब हैं।

घ) दिखाइए कि बिन्दुओं (4, 7, 8), (2, 3, 4) से होकर जाने वाली रेखा, बिन्दुओं (−1, − 2, 1) और (1, 2, 5) से होकर जाने वाली रेखा के समान्तर है।

3. a) If $\sin^{-1} x + \tan^{-1} x = \frac{\pi}{2}$, then prove that $2x^2 + 1 = \sqrt{5}$.

b) Find the differential equation of that family of ellipse whose focus is on the x-axis and centre is at the origin.

c) If $|\vec{a}| \neq 0, |\vec{b}| \neq 0$ and $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, then show that the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are mutually perpendicular.

d) Show that the line passing through the points (4, 7, 8), (2, 3, 4) is parallel to the line passing through the points (−1, − 2, 1) and (1, 2, 5).

4. क) $\sin x$ का $\log x$ के सापेक्ष अवकलन गुणांक ज्ञात कीजिए।

ख) पूर्णांकों 1 से 11 तक में से दो पूर्णांक यादृच्छया चुने जाते हैं। यदि इनका योग सम है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि दोनों पूर्णांक विषम है।

ग) दिखाइए कि फलन $f(x) = x^2 + 3x + 5$, $x = 1$ पर संतत है।

घ) निम्न अवरोधों

$x + y \leq 4$

$x \geq 0$

$y \geq 0$ के अन्तर्गत

$Z = 3x + 4y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

4. a) Find the differential coefficient of $\sin x$ w.r.t. $\log x$.

b) From integers 1 to 11, two integers are selected at random. If their sum is even, then find the probability that both the integers are odd.

c) Show that the function

$f(x) = x^2 + 3x + 5$, is continuous at $x = 1$.

d) Under the following constraints

$x + y \leq 4$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

find the maximum value of $Z = 3x + 4y$.

5. क) अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$

से प्रदत्त फलन f (i) वर्धमान (ii) ह्रासमान है।

ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

ग) सिद्ध कीजिए कि

$$\sin^{-1}\frac{8}{17} + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \tan^{-1}\frac{77}{36}$$

घ) $\int \frac{x^2+1}{x^2-5x+6} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

ङ) एक थैला A में 4 लाल और 5 काली गेंदें हैं। दूसरा थैला B में 6 लाल और 3 काली गेंदें हैं। एक गेंद थैला A से निकाल कर थैला B में स्थानान्तरित कर दी जाती है। इसके बाद थैला B से एक गेंद निकाली जाती है। इसके लाल होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

च) वक्र $y = \cos(x+y)$, $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ की स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $x + 2y = 0$ के समान्तर हैं।

5. a) Find the interval in which the function $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ is
(i) increasing (ii) decreasing.

b) Prove that

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

c) Prove that

$$\sin^{-1}\frac{8}{17} + \sin^{-1}\frac{3}{5} = \tan^{-1}\frac{77}{36}$$

d) Find the value of $\int \frac{x^2+1}{x^2-5x+6} dx$.

e) In a bag A there are 4 red and 5 black balls. In another bag B there are 6 red and 3 black balls. One ball is taken out from A and transferred in bag B. After this one ball is drawn from bag B. Find the probability of that to be red.

f) Find the equations of the tangents to the curve $y = \cos(x + y)$, $-2\pi \le x \le 2\pi$ which are parallel to the line $x + 2y = 0$.

6. क) वक्र $x^2 = 4y$ और सरल रेखा $x = 4y - 2$ से घिरे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

ख) आलेखीय विधि द्वारा निम्न अवरोधों के अन्तर्गत रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए।

$x + 2y \ge 10$

$3x + 4y \le 24$

$x \ge 0, y \ge 0$

एवं $Z = 200x + 500y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

ग) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + 2y = \sin x$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

घ) यदि A तथा B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं तो सिद्ध कीजिए कि A तथा B' भी स्वतंत्र घटनाएँ होंगी।

ङ) समतलों $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ और $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) - 5 = 0$ के प्रतिच्छेदन और बिन्दु (2, 2, 1) से जाने वाले समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

च) यदि पूर्णांकों के समुच्चय Z में $R = \{(a, b) \in Z \times Z : (a - b)$, 5 से विभाजित है $\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध है, क्या R एक तुल्यता सम्बन्ध है ?

6. a) Find the area of the section enclosed between the curve $x^2 = 4y$ and straight line $x = 4y - 2$.

b) Solve the following linear programming problem by graphical method under the following constraints :

$x + 2y \geq 10$

$3x + 4y \leq 24$

$x \geq 0, y \geq 0$

Find the minimum value of $Z = 200x + 500y$.

c) Find the general solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} + 2y = \sin x .$$

d) Prove that if A and B are independent events then A & B' are also independent events.

e) Find the vector equation of a plane, passing through the intersection of the planes

$\vec{r} . (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 6$ and

$\vec{r} . (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) - 5 = 0$ and the point (2, 2, 1).

f) If in the set of integers Z, $R = \{ (a, b) \in Z \times Z : (a - b)$ is divisible by 5 } be a given relation, then is R an equivalence relation ?

7\. क) निम्नलिखित समीकरण निकाय

$x + y + z = 6$

$x - y + z = 2$

$2x + y - z = 1$

को आव्यूह विधि से हल कीजिए।

ख) i) यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ तीन सदिश राशियाँ इस प्रकार हैं कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, तो सिद्ध कीजिए कि

$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$.

ii) k का मान ज्ञात कीजिए यदि शीर्ष (k, 0), (4, 0) और (0, 2) वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल 4 वर्ग इकाई है।

7\. a) Solve the following system of the equations by matrix method :

$x + y + z = 6$

$x - y + z = 2$

$2x + y - z = 1$

by matrix method.

b) i) If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are three vector quantities, such that $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, then prove that $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$.

ii) Find the value of k, if area of triangle with vertex (k, 0), (4, 0) and (0, 2) is 4 square unit.

8. क) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

ख) सिद्ध कीजिए कि वृत्त के अन्तर्गत महत्तम क्षेत्रफल वाला आयत एक वर्ग है।

8. a) Find the value of $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} \, dx$.

b) Prove that the rectangle of maximum area inside a circle is square.

9. क) दिखाइए कि अवकल समीकरण $(x-y)\frac{dy}{dx} = x + 2y$ समघातीय अवकल समीकरण है तथा इसका हल भी ज्ञात कीजिए।

ख) i) यदि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का अभिलम्ब x-अक्ष से φ कोण बनाता है, तो दिखाइए कि इसका समीकरण $y \cos\varphi - x \sin\varphi = a \cos 2\varphi$ है।

https://www.upboardonline.com

ii) यदि $y = x^{\sin^{-1} x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

9. a) Show that the differential equation $(x-y)\frac{dy}{dx} = x + 2y$ is homogeneous differential equation, and find also its solution.

b) i) If normal to the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ makes an angle φ, with the axis of x, then show that its equation is $y \cos\varphi - x \sin\varphi = a \cos 2\varphi$.

ii) If $y = x^{\sin^{-1} x}$, then find $\frac{dy}{dx}$.

324(EZ)

https://www.upboardonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से